

Dampfractie in een kokendwaterreactor

Joske van Gils

2009

TU Delft
Technische Natuurwetenschappen
Physics of Nuclear Reactors
Reactor Instituut Delft
Joske PNR-131-2009-009

SAMENVATTING

Er is een meetopstelling gebouwd om de chordale dampfractie in de kern van een geschaalde kokendwaterreactor te kunnen meten. De opstelling is een geschaalde versie van de Economic Simplified Boiling Water Reactor, een kokendwaterreactor in ontwikkeling bij General Electric. De kern wordt verwarmd door middel van elektrische staven in plaats van kernsplijting.

Doel van het onderzoek is het verkrijgen van meer kennis over de thermohydraulica in de kern van een kokendwaterreactor, meer specifiek in het proces van vermogen tot dampfractie.

De meetopstelling bestaat uit een radioactieve bron die gammafotonen door de kern straalt waarna ze worden gemeten met een detector. De afname in intensiteit geeft informatie over de aanwezige dampfractie in de kern.

Bij de meetopstelling is gekeken naar de soort bron, de collimator, de detector, de meetlocatie, de systeeminstellingen en de signaalkwaliteit. Voor alle punten zijn berekeningen of testmetingen gedaan om optimalisaties uit te voeren.

De belangrijkste resultaten van de meetopstelling zijn dat de ideale meetlocatie met een onzekerheid van 0,3 mm bepaald kan worden; dat het beste Cr-51 als bron gebruikt kan worden; en dat wanneer er een sinusfunctie wordt opgelegd aan het vermogen, de faseverschuiving in de dampfractie (welke een periodieke functie zal zijn met dezelfde frequentie als het vermogen) met een onzekerheid van 10-20% (afhankelijk van de frequentie van het vermogen en de intensiteit van de bron) gemeten kan worden. Dit is echter alleen mogelijk voor frequenties onder de 0,5 Hz. Boven deze frequentie is eerst verdere optimalisatie van de opstelling nodig.

Er zijn een aantal metingen uitgevoerd om de overdrachtsfunctie van vermogen naar dampfractie te beschrijven. Hier is uitgekomen dat de overdrachtsfunctie te beschrijven is met een tweede orde proces met een tijdconstante tussen de 10,8 en 16,0 s. Deze uitkomst valt binnen de kaders van eerder gedaan onderzoek. Extra metingen zijn nodig om het resultaat te verfijnen. Daarnaast moeten de uitkomsten worden vergeleken met theoretische modellen.

INHOUDSOPGAVE

SAMENVATTING.....	2
INHOUDSOPGAVE	3
INLEIDING	4
Opbouw van het verslag	4
Basisprincipes van een kokendwaterreactor.....	4
Veiligheid	5
Stabiliteit in een kokendwaterreactor.....	6
Doel van het onderzoek	7
GENESIS.....	8
De opstelling	8
Schaling.....	9
THEORIE.....	10
Inleiding	10
Tweefasen stroming	10
Gammastraling	11
Bepaling van de dampfractie	12
Dynamische processen beschreven door overdrachtsfuncties	12
MEETTECHNIEK EN OPTIMALISATIE	16
Meetopstelling	16
Bron.....	16
Collimator	18
Detector	20
Meetlocatie.....	20
Methode om de dampfractie te bepalen.....	21
Systeeminstellingen	23
Signaalkwaliteit	24
CONCLUSIE EN AANBEVELINGEN MEETTECHNIEK	32
METINGEN	33
CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN METINGEN	35
NOMENCLATUUR.....	36
BIBLIOGRAPHY	38
APPENDIX	39

INLEIDING

Dit onderzoek is uitgevoerd in het kader van het Bachelor Eindproject binnen de studie Technische Natuurkunde. Het onderzoek heeft plaatsgevonden bij de vakgroep "Physics of Nuclear Reactors", onderdeel van de faculteit Technische Natuurkunde aan de Technische Universiteit van Delft.

Het onderzoek gaat in op de thermohydraulische processen die plaatsvinden in een kokendwaterreactor. Er wordt gebruik gemaakt van GENESIS, een geschaalde opstelling van de Economic Simplified Boiling Water Reactor (ESBWR), een kokendwaterreactor in ontwikkeling bij General Electric.

Het eerste deel van het onderzoek is gericht op de bouw van een meetopstelling om de dampfractie in de kern van GENESIS te kunnen meten. In het tweede deel wordt een aantal metingen uitgevoerd met deze opstelling om meer te weten te komen over de thermohydraulische processen in de kern.

Opbouw van het verslag

Het verslag begint met een inleiding waarin de basis en context van het onderzoek wordt toegelicht. Hierin komen onder andere de volgende punten naar voren: de basisprincipes van een kokendwaterreactor, een korte beschrijving van de ESBWR en stabiliteit. Deze basis concepten zijn nodig om aan het eind van de inleiding het doel van het onderzoek te formuleren. Het tweede hoofdstuk gaat in op de faciliteit GENESIS die gebruikt wordt voor dit onderzoek. Vervolgens komt in hoofdstuk drie de achtergrondtheorie aan de orde.

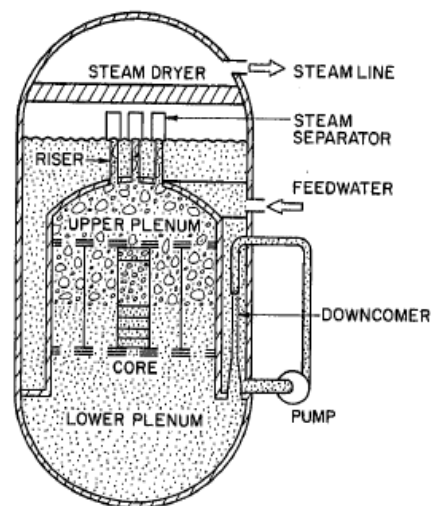
Het vierde hoofdstuk gaat in op de meetopstelling die gebouwd is. Eerst zal de opstelling worden beschreven, vervolgens zal uiteen worden gezet welke aspecten aan de opstelling zijn onderzocht en eventueel verbeterd. Het vijfde hoofdstuk gaat in op de metingen en de analyses die zijn gedaan. Beide voorgaande hoofdstukken worden afgerond met aanbevelingen en conclusies.

Basisprincipes van een kokendwaterreactor

In de komende paragraaf zal het principe van een kokendwaterreactor worden toegelicht.

In een reactor wordt warmte geproduceerd door middel van nucleaire splijtingsreacties. Deze warmte wordt afgevoerd via een koelvloeistof en vervolgens gebruikt om elektriciteit op te wekken.

Er zijn twee typen reactoren waar water (H_2O) als koelvloeistof wordt gebruikt: een drukwaterreactor en een kokendwaterreactor. Het verschil ligt bij de druk waaronder het water langs de kern stroomt. Bij het eerste type staat het water onder een hoge druk waardoor het niet zal gaan koken wanneer het de warmte opneemt die is geproduceerd tijdens de reactie. Bij het tweede type is de druk lager en gaat het water in de kern wel koken. Dit tweede type, een kokendwaterreactor, is weergegeven in figuur 1.



Figuur 1: Schematische weergave van een kokendwaterreactor.

Bij een kokendwaterreactor zal het water in de kern dus gaan koken. Boven aan de kern wordt de waterdamp gescheiden van de vloeistof. Met de damp wordt een stoomturbine aangedreven waarmee elektriciteit wordt opgewekt. De vloeistof stroomt, via de neerkomer, terug richting het begin van de kern, wordt gemixt met de condens van de damp en begint daarna weer aan dezelfde cyclus.

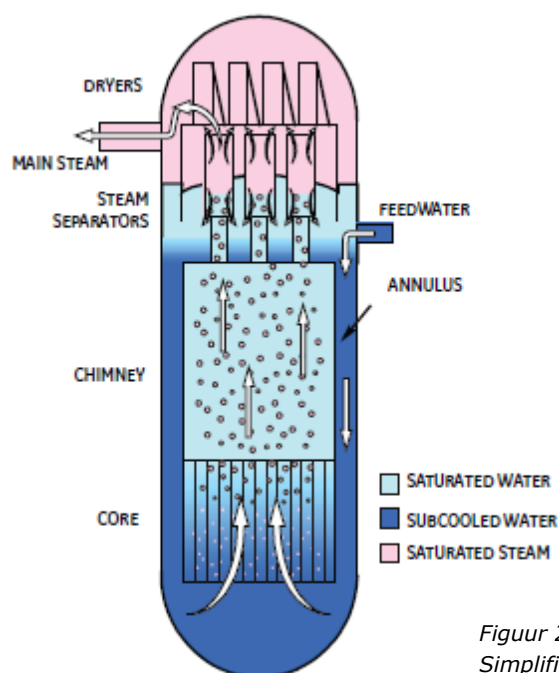
Bij een drukwaterreactor gaat het water als gevolg van de hoge druk niet koken. Bij deze reactoren wordt het warme water langs een secundair stoomgenerator systeem geleid. Met de stoom uit dit secundaire systeem wordt vervolgens een stoomturbine aangedreven. Het afgekoelde water van het primaire systeem stroomt weer terug naar het begin van de kern waarna het opnieuw aan de cyclus begint.

Het systeem van een kokendwaterreactor is simpeler aangezien je geen secundair systeem nodig hebt. Aan de andere kant zorgt de aanwezigheid van zowel vloeistof als damp in de kern wel voor een verhoogde complexiteit van de fysische processen. Meer hierover in de paragraaf over stabiliteit in de reactor.

Het onderzoek is toegespitst op de kokendwaterreactor. Hieronder worden nog een aantal aspecten van de kokendwaterreactor toegelicht.

De stroming van het water en daardoor de koeling van de kern is in een kokendwaterreactor in eerste instantie het gevolg van een dichtheidsverschil tussen het water in de kern en het water in de neerkomer. Het water in de kern bestaat immers voor een gedeelte uit waterdamp en voor een gedeelte uit vloeistof terwijl in de neerkomer alleen vloeistof aanwezig is. Tot een bepaald vermogen van de reactor is dit een positief feedbacksysteem. Dit betekent dat wanneer er meer vermogen wordt geproduceerd het water sneller zal stromen en er meer warmte zal worden afgevoerd. Boven een bepaald vermogen geldt dit echter niet meer, aangezien het water dan een hoge weerstand ondervindt en er een maximale stroomsnelheid wordt bereikt. Voldoende afvoer van warmte kan dan alleen worden gerealiseerd door extra pompen aan te zetten om het water sneller te laten stromen.

Veiligheid



Veiligheid is een belangrijk aspect in reactoren. In een reactor wordt een groot vermogen geproduceerd in een relatief klein volume. Typisch voor een kokendwaterreactor is 56kW/l. Koeling van de kern moet daarom te allen tijden worden gegarandeerd om te hoge temperaturen en daardoor mogelijk smelten van de brandstof te voorkomen.

Globaal zijn er twee manieren om tot deze controle over koeling te komen: passief en actief. Bij actieve controle moet het systeem worden aangestuurd door menselijke hand. Bij passieve controle worden alle processen natuurlijk gereguleerd.

Figuur 2: Schematische weergave van de Economic Simplified Boiling Water Reactor, een kokendwaterreactor in ontwikkeling bij General Electric.

Momenteel is er bij General Electric een reactor in ontwikkeling waar één van de speerpunten passieve veiligheid is, De Economic Simplified Boiling Water Reactor. De ESBWR is schematisch weergegeven in figuur 2. Passieve veiligheid zorgt ervoor dat er minder back-up systemen aanwezig hoeven te zijn.

De belangrijkste aanpassingen aan de ESBWR ten opzichte van eerdere modellen om tot een betere passieve veiligheid te komen zijn vooral gericht op een snellere stroming van het water als functie van het vermogen:

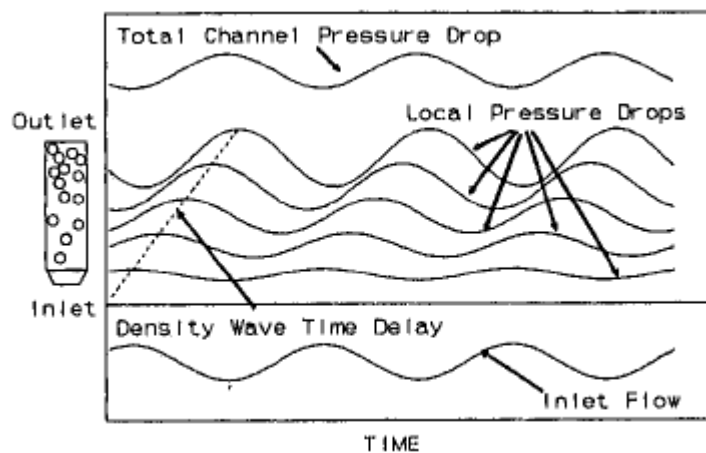
- Een niet verwarmde schoorsteen boven de kern: deze schoorsteen zorgt ervoor dat de drijvende kracht achter de stroming van het water als gevolg van het dichtheidsverschil groter is bij een zelfde vermogen.
- Een smalle, open neerkomer waardoor de weerstand van het water verkleint met als gevolg dat de stroming groter zal zijn.

Stabiliteit in een kokendwaterreactor

Om veiligheid (actief dan wel passief) te realiseren moeten alle processen goed gecontroleerd kunnen worden. Verstoringen en stabiliteit spelen hierbij een grote rol. Verstoringen zijn situaties waarin de processen binnen de reactor een afwijking vertonen ten opzichte van de nominale condities. In een goed ontworpen en veilige reactor worden deze verstoringen gedempt, maar er zijn ook situaties waarin dit niet gebeurt. Een kleine afwijking kan dan zorgen voor steeds grotere oscillaties, ofwel instabiel gedrag.

Er zijn zeer veel oorzaken tot instabiel gedrag. Alleen de fysische oorzaak die het meest relevant is voor dit onderzoek zal hier kwalitatief worden beschreven: instabiliteit als gevolg van zogenoemde dichtheidsgolven in de tweefasen stroming. Dit proces is kwalitatief weergegeven in figuur 3.

In figuur 3 wordt de situatie weergegeven waarin een sinus vormige perturbatie plaatsvindt in de stromingssnelheid bij de inlaat. Als gevolg van deze perturbatie zal de lokale drukval (pressure drop) op elke hoogte in de kern veranderen. In figuur 3 is te zien dat de drukval ook met een sinus zal gaan oscilleren, echter met een faseverschil ten opzichte van de intrinsieke sinus in de stromingssnelheid bij de inlaat. Hoe hoger in de kern, hoe groter deze faseverschuiving. De totale drukval over de kern is bovenin figuur 3 weergegeven. Wanneer de totale drukval 180° vertraagd is ten opzichte van de stromingssnelheid bij de inlaat, ontstaat een positief feedbacksysteem dat tot een instabiel systeem kan leiden.



Figuur 3: Kwalitatieve beschrijving van instabiliteit als gevolg van dichtheidsgolven.

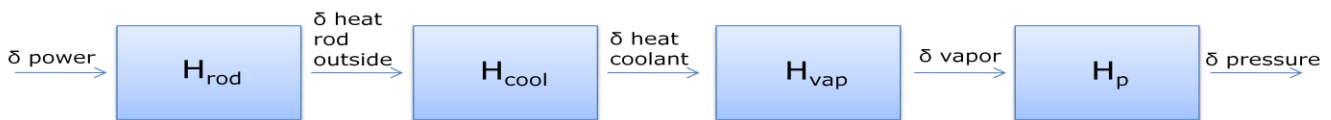
Doel van het onderzoek

De afgelopen decennia is er al veel onderzoek gedaan naar de thermohydraulica en neutronica in reactoren. Grote codes op basis van modellen zijn geschreven om de processen te beschrijven. Ondanks het feit dat er al zeer veel bekend is, zijn er vooral op het gebied van de tweefasen stroming nog onzekerheden. Er is dan ook veel behoefte aan experimentele data.

Aangezien meten aan een echte reactor moeilijk is, zijn er in het Reactor Instituut Delft verschillende testopstellingen gebouwd. Bij deze opstellingen wordt geen gebruik gemaakt van radioactieve stoffen om warmte op te wekken, maar van elektrische verwarmingsstaven. De opstelling waarmee bij dit onderzoek gewerkt wordt is GENESIS, een geschaalde versie van de ESBWR.

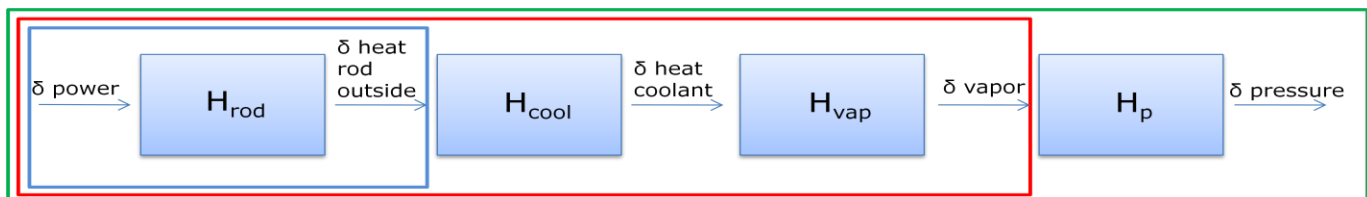
Zoals eerder beschreven is één van de doelen volledige controle over een reactor. Bij deze controle spelen stabiliteit en instabiliteit een grote rol. Binnen de stabiliteit is het proces van vermogen tot drukval een belangrijk element. In dit onderzoek staat dit proces centraal.

Het proces van vermogen tot drukval is globaal in vier processen op te delen die achtereenvolgens plaatsvinden: warmteoverdracht in de staven, warmteoverdracht in de koelvloeistof, dampvorming en drukval. Dit is in figuur 4 schematisch weergegeven:



Figuur 4: Schematische weergave van de verschillende onderdelen in het proces van vermogen tot drukval.

Om de beste kennis te verkrijgen over het totale proces van vermogen tot drukval is het van belang deze delen afzonderlijke te bekijken. Hier zijn al verschillende onderzoeken aan gewijd.



Figuur 5: Weergave van de verschillende onderzoeken naar delen van het proces van vermogen tot drukval.

1. (Degen et al, 2006) hebben gekeken naar twee onderdelen. Ten eerste het proces binnen het blauwe kader: de warmteoverdracht in de warmtestaven van GENESIS. Ten tweede het proces binnen het groene kader: het totale proces van vermogen tot drukval. Bij het laatste proces zijn verschillende vragen onbeantwoord gebleven. Hierover later meer.
2. (Beekman et al, 2004) hebben gekeken naar het proces binnen het rode kader: het proces van vermogen tot dampfractie. Dit onderzoek is echter met een andere opstelling gedaan en er zijn weinig data bewaard gebleven.

In dit onderzoek wordt voortgeborduurd op deze onderzoeken. Het primaire doel is het bouwen van een opstelling om de dampfractie te kunnen meten. Daarnaast zal met deze opstelling gekeken worden naar het proces binnen het rode kader: het proces van vermogen tot dampfractie. Hiervoor zal een aantal metingen worden gedaan en worden geanalyseerd.

GENESIS

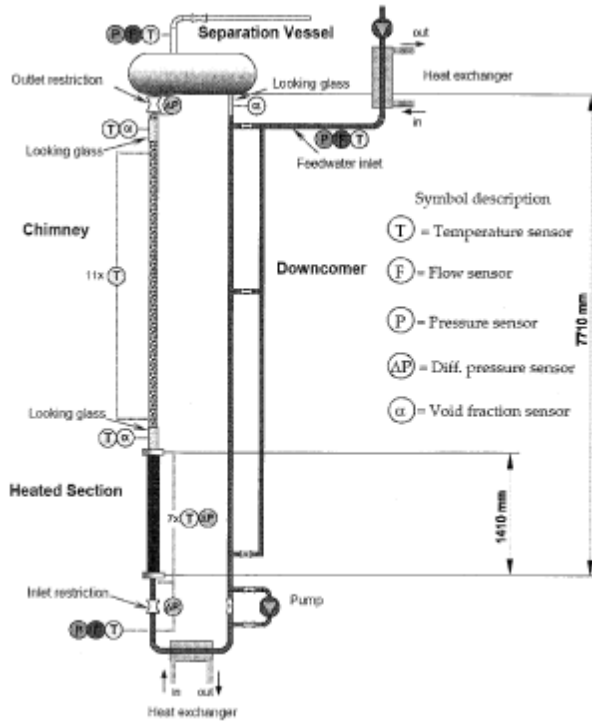
De opstelling

De opstelling GENESIS staat in de kelder van het Reactor Instituut Delft. De belangrijkste onderdelen van de opstelling voor dit onderzoek worden hier toegelicht, voor verdere specificaties verwijs ik naar (Marcel, 2007).

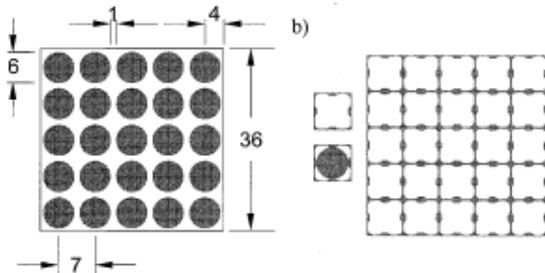
In figuur 6 is een schematische afbeelding van GENESIS weergegeven. De primaire loop van GENESIS bestaat uit de kern, de schoorsteen, het dampseparatievat en de neerkomer.

Er zijn verschillende sensoren aangebracht om het proces in de opstelling te kunnen monitoren. De belangrijkste sensoren zijn weergegeven in figuur 6: op verschillende locaties worden de doorstromingsnelheid, de druk en de temperatuur gemeten. Daarnaast is boven de schoorsteen een meetsysteem gebouwd dat de dampfractie meet. Dit is de gemiddelde waarde van de dampfractie op die hoogte.

Naast het monitoren kunnen ook verschillende onderdelen van de opstelling worden aangestuurd. De belangrijkste aansturing in dit onderzoek is de aansturing naar de vijf voedingen voor de verwarmingsstaven.



Figuur 6: Schematische weergave van GENESIS (niet op schaal).



Figuur 7: Schematische weergave (bovenaanzicht) van het kerngedeelte van GENESIS. Links: configuratie van de verwarmingsstaven. Rechts: spacer

Elke verwarmingsstaaf bestaat uit een weerstandsdraad in magnesiumoxide met een roestvrijstalen omhulling. (Degen et al, 2006) hebben de maten van deze staven nauwkeurig bepaald. De diameter van een staaf is 6,16 mm, de dikte van de stalen omhulling is 0,45 mm en de lengte van een staaf is 1,41 m. Door spanning op de staven te zetten, wordt er warmte geproduceerd.



Figuur 8: Foto van de werkelijke kern van GENESIS

Schaling

GENESIS is een geschaalde versie van de ESBWR. Bij de schaling is schalingsvloeistof (Freon R-134a) gebruikt waardoor vermogen, druk en temperatuur zijn gereduceerd. (Marcel, 2007) heeft veel van de schalingsberekeningen gedaan. Doel van deze berekeningen is dat de experimentele opstelling zich qua stromingsverschijnselen, warmteoverdracht en andere fysische processen gelijk gedraagt als de echte reactor. Voor specifieke berekeningen van de schaling verwijst ik naar (Marcel, 2007).

Hieronder zijn een aantal belangrijke parameters voor zowel GENESIS als de ESBWR weergegeven:

Tabel 1: Parameters voor zowel de ESBWR als de geschaalde versie, GENESIS.

Parameter	Symbool, eenheid	ESBWR	GENESIS
Vermogen per staaf	P, [kW]	43	1,05
Druk	P, [bar]	71	11,4
Verzadigingstemperatuur	T, [K]	560	317
Staaft diameter	D, [m]	0,01026	0,006
Lengte kern	L, [m]	3,0	1,41
Nominaal vermogen	P, [kW]	1190*10 ³	27,5
Aantal brandstofbundels	-	1132	1
Aantal staven per bundel	-	92	25

THEORIE

Inleiding

In dit hoofdstuk zal de benodigde theorie om het onderzoek te ondersteunen worden behandeld. Eerst wordt ingegaan op de basisaspecten van de tweefasen stroming die zich in de kern van een kokendwaterreactor bevindt. De volgende twee paragrafen gaan over gammastraling en hoe dit wordt gebruikt om de dampfractie daadwerkelijk te kunnen meten. De laatste drie paragrafen gaan over het proces van vermogen tot drukval en hoe dit wordt geanalyseerd.

Tweefasen stroming

Wanneer de reactor in bedrijf is, ontstaat in de kern een tweefasen stroming van vloeistof en damp. De belangrijkste principes bij de vorming van damp worden hier kort toegelicht.

Kwalitatief ziet de vorming van damp in de kern er uit zoals weergegeven in figuur 9. In de grafiek worden twee grootheden gebruikt. Ten eerste de thermodynamische evenwichtskwaliteit. Deze is gedefinieerd als:

$$x_{eq}(z) \equiv \frac{h(z) - h_l^{sat}}{h_{ev}} \quad \mathbf{1}$$

met $h(z)$ de enthalpie op hoogte z , h_l^{sat} de enthalpie van de vloeistof bij verzadigingstemperatuur en h_{ev} de verdampingswarmte. Ten tweede de stroomkwaliteit.

Deze is gedefinieerd als:

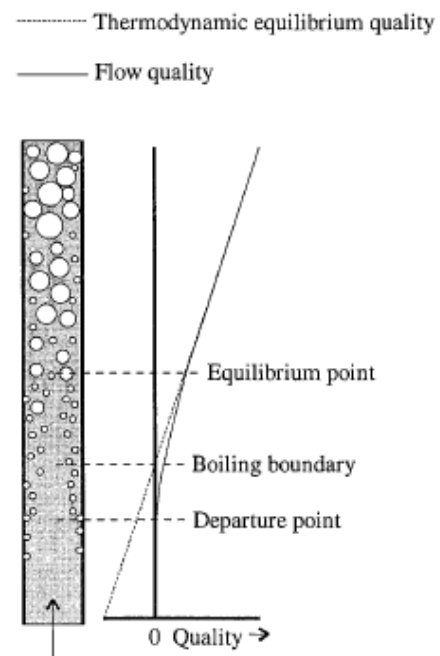
$$x(z) \equiv \frac{\dot{m}_g(z)}{\dot{m}} \quad \mathbf{2}$$

met $\dot{m}_g(z)$ de damp massastroom en \dot{m} de totale massastroom.

Met deze twee grootheden zijn drie grenzen te benoemen bij de vorming van damp. Allereerst het 'vertrekpunt', dit is het punt waar de bellen loslaten van de wand. Dit punt wordt bereikt wanneer de stroomkwaliteit positief wordt. Dan volgt de 'kookgrens', dit punt wordt bereikt wanneer de thermodynamische evenwichtskwaliteit gelijk is aan 0. Tot slot het 'thermodynamisch evenwicht', dit wordt bereikt wanneer de twee grootheden gelijk zijn aan elkaar.

De hoeveelheid damp kan beschreven worden met de chordale dampfractie die is gedefinieerd als:

$$\alpha^* = \frac{d_g}{d} \quad \mathbf{3}$$



Figuur 9: Dampvorming in de kern.

met d de totale lengte van de lijn door de tweefasen stroming en d_g de totale lengte van de delen van de lijn door damp.

Gammastraling

Om de dampfractie te meten, zal gebruik worden gemaakt van γ -straling. γ -straling is elektromagnetische straling die ontstaat bij een vervalproces in een atoom. Bij dit proces valt een elektron uit een hogere energiebaan terug naar een lagere energiebaan. Aangezien elektronen in atomen qua energie alleen bepaalde vaste stappen kunnen maken, zullen de γ -fotonen specifieke energieën hebben.

Het verval in een radioactief materiaal is te beschrijven met een Poissonproces. Voor dit proces is de kans dat er k atomen vervallen in tijdsinterval t gelijk aan:

$$P[y(t) = k] = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad \mathbf{4}$$

met λ een maat voor het aantal vervalprocessen per tijdseenheid. De verwachtings-waarde en variantie van deze verdeling zijn:

$$E[y(t)] = \lambda t = N \quad \sigma^2 = \lambda t = N \quad \mathbf{5}$$

met N het aantal gedetecteerde γ -fotonen per meting.

De intensiteit van de bron (het aantal γ -fotonen per tijdseenheid) zal in de tijd afnemen volgens:

$$I(t) = I_0(t=0) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}} = I_0(t=0) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \mathbf{6}$$

met $t_{1/2}$ de halfwaardetijd en $\tau = t_{1/2}/\ln 2$

Wanneer γ -straling door een object gaat, zal de intensiteit afnemen volgens:

$$I = I_0 e^{-\mu d} \quad \mathbf{7}$$

met μ de verzwakkingscoëfficiënt: een karakteristieke maat voor het materiaal, maar wel afhankelijk van de energie en d de lengte van het deel van de straal dat door het materiaal gaat.

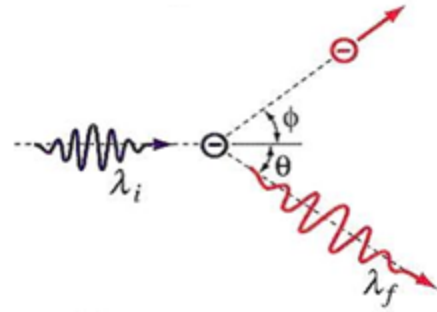
Voor een meting waarbij in totaal N fotonen worden gedetecteerd, ontstaat als gevolg van het Poissonproces een relatieve fout van:

$$u_r(I) = \frac{u(I)}{I} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad \mathbf{8}$$

Compton-effect

Een groot deel van de γ -straling die de detector bereikt, zal direct vanuit de bron komen. Er is echter een effect dat voor fotonen vanuit een andere richting en met een andere energie zal zorgen: het Compton-effect.

Het Compton-effect is weergegeven in figuur 10. Bij het Compton-effect botst een γ -foton tegen een elektron. Hierbij geeft het foton een deel van zijn energie af aan het elektron waardoor deze uit zijn baan wordt geschoten. Er blijft echter ook nog een γ -foton met een lagere energie en een andere richting over.



Figuur 10: Afbeelding van het Compton-effect.

Bepaling van de dampfractie

Om de dampfractie te bepalen zal de γ -straling door de kern worden gestraald, waarna de intensiteit wordt gemeten met een detector. In de opstelling zal de γ -straling door de wand van de kern, door Freon vloeistof en door Freon damp gaan. De intensiteit na de kern zal dan gelijk zijn aan:

$$I = I_0 e^{-\mu_m d_m} e^{-\mu_g d_g} e^{-\mu_v d_v} \quad 9$$

met μ is de verzwakkingcoëfficiënt en waarbij m, g en v respectievelijk voor het materiaal, de damp en de vloeistof staan.

Met de volgende vergelijking is vervolgens de dampfractie te bepalen:

$$\frac{\ln I - \ln I_v}{\ln I_g - \ln I_v} = \frac{d_g}{d} = \alpha^* \quad 10$$

met I_v is een callibratiemeting met alleen vloeistof in de kern, $I_v = I_0 e^{-\mu_m d_m} e^{-\mu_v d}$ 11

en I_g is een callibratiemeting met alleen damp in de kern, $I_g = I_0 e^{-\mu_m d_m} e^{-\mu_g d}$ 12

en $d = d_v + d_g$.

Dynamische processen beschreven door overdrachtsfuncties

Om het proces van vermogen tot dampfractie te beschrijven, zal gebruik worden gemaakt van overdrachtsfuncties. Hier wordt beschreven wat dit zijn en hoe deze worden gebruikt om het proces te beschrijven.

Wanneer een systeem met als input $x(t)$ een uitgangssignaal $y(t)$ geeft, is dit weer te geven als $x(t) \rightarrow \boxed{H} \rightarrow y(t)$, waarbij H de overdrachtsfunctie is. Het uitgangssignaal $y(t)$ is vervolgens te schrijven als:

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad 13$$

Wanneer de overdrachtsfunctie H bekend is, kan dus voor elk willekeurig ingangssignaal het uitgangssignaal beschreven worden en is de dynamica van het systeem volledig te beschrijven. Hieronder wordt toegelicht hoe vanuit het in- en uitgangssignaal de overdrachtsfunctie te bepalen is.

Wanneer het systeem lineair en tijd-invariant is, is het systeem te beschrijven met een lineaire differentiaal vergelijking.

Een systeem is lineair als geldt dat wanneer y_1 de response is van x_1 en y_2 van x_2

- $x_1 + x_2$ geeft $y_1 + y_2$
- en ax_1 geeft ay_1 met a een complexe constante

Een systeem is tijd invariant wanneer de eigenschappen niet veranderen met de tijd.

Een eerste orde lineair tijdinvariant proces wordt beschreven met een eerste orde lineaire differentiaal vergelijking:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Kx(t) \quad \mathbf{14}$$

Een tweede orde lineair tijdinvariant proces met een tweede orde lineaire differentiaal vergelijking:

$$\tau^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\tau\zeta \frac{dy}{dt} + y = Kx(t) \quad \mathbf{15}$$

Met de Laplace transformatie zijn deze systemen goed te analyseren. De Laplace transformatie in het frequentie domein is als volgt gedefinieerd:

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt \quad \mathbf{16}$$

Voor een lineair tijdinvariant systeem geldt vervolgens dat:

- het uitgangssignaal dezelfde frequentie heeft als het ingangssignaal
- de ratio tussen de amplitudes van het het uitgangssignaal en het ingangssignaal als functie van frequentie de modulus van $H(j\omega)$ is
- het uitgangssignaal verschoven is ten opzichte van het ingangssignaal met een hoek ϕ welke het argument van $H(j\omega)$ is.

Voor een eerste orde overdrachtsfunctie geeft dat de volgende waarden:

$$\text{Amplituderatio} = AR = |H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}} \quad \mathbf{17}$$

$$\phi = \tan^{-1}(-\omega\tau) \quad \mathbf{18}$$

Voor een tweede orde overdrachtsfunctie geeft dat de volgende waarden:

$$AR = |H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}} \quad 19$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{2\zeta\tau\omega}{1 - \tau^2 \omega^2} \right) \quad 20$$

Wanneer de amplituderatio en faseverschuiving als functie van de frequentie bekend zijn, is dus met parameters ζ en τ de differentiaalvergelijking die het systeem beschrijft te construeren. De amplituderatio en faseverschuiving zijn te bepalen door een bepaaldingangssignaal aan te bieden, het uitgangssignaal te meten en vervolgens een kruiscorrelatie uit te voeren tussen deze twee signalen. De uitwerking hiervan is hieronder weergegeven. Als ingangssignaal kan bijvoorbeeld witte ruis, een stapfunctie of een sinus gebruikt worden. In dit onderzoek wordt gebruik gemaakt van een sinusfunctie.

Ter illustratie zijn in figuur 11 de signalen en de overdrachtsfunctie schematisch weergegeven.



Figuur 11: Schematische weergave overdrachtsfunctie.

hierbij is p het vermogen, w de werkelijk dampfractie, v de storing als gevolg van het Poissonproces en y het gemeten signaal.

De faseverschuiving en de amplituderatio worden bepaald met een kruiscorrelatie tussen het vermogen, p , en het gemeten signaal, y :

$$\begin{aligned} R_{yp} &= E[(y(t))p(t - \tau)] \\ R_{yp} &= E[(\omega(t) + v(t))p(t - \tau)] \\ R_{yp} &= E[(A_2 \sin(\omega t + \phi) + v(t))(A_1 \sin(\omega(t - \tau)))] \quad 21 \\ R_{yp} &= E[A_1 A_2 \frac{1}{2} (\cos(\omega\tau + \phi) - \cos(\omega(2t - \tau) + \phi))] \\ R_{yp} &= B \cos(\omega\tau + \phi) \end{aligned}$$

met R_{yp} is de kruiscorrelatie tussen y en p en $E[x]$ is de verwachtingswaarde van x .

Hieruit volgt, dat

$$AR = \frac{A_2}{A_1} = \frac{K}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}} = \frac{2B}{A_1^2} \quad \mathbf{22}$$

en de faseverschuiving is gelijk aan ϕ . De Amplituderatio is ook te bepalen door de amplitudes van het in- en uitgangssignaal door elkaar te delen.

Naast het feit dat met ζ en τ de differentiaal te beschrijven is, geven deze constanten ook een karakteriserende parameter van het systeem, de tijdsconstante. Deze tijdsconstante geeft aan hoe snel het systeem reageert op een verandering. Hoe groter de tijdsconstante, hoe trager de reactie van het systeem.

De tijdsconstante van een systeem is gedefinieerd als de tijd waarin de impulsresponsie 1/e maal zijn waarde op $t=0$ heeft bereikt. Hierbij is de impulsresponsie de inverse Laplace getransformeerde van de overdrachtsfunctie in het frequentie domein. Bij een tweede orde filter wordt gekeken naar de omhullende van de impulsresponsie, aangezien hier een oscillerende component aanwezig kan zijn.

De impulsresponsies voor een eerste orde systeem is gegeven als:

$$h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t) \quad \mathbf{23}$$

Dit geeft een tijdsconstante die gelijk is aan τ s.

De impulsresponsies voor een tweede orde systeem is afhankelijk van de waarde van ζ . Voor $0 < \zeta < 1$ is de impulsresponsie gegeven als:

$$h(t) = \frac{e^{-\frac{\zeta}{\tau}t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left(\sin \left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t \right) \right) u(t) \quad \mathbf{24}$$

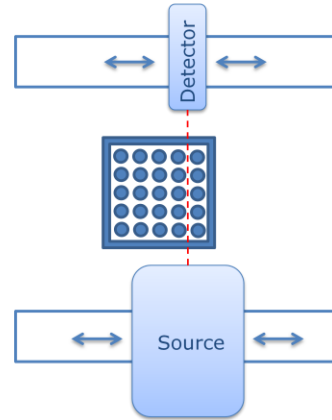
Dit geeft een tijdsconstante die gelijk is aan $\frac{\tau}{\zeta}$ s.

MEETTECHNIEK EN OPTIMALISATIE

Meetopstelling

De basis van de meetopstelling bestaat uit een tafel die is geplaatst rond de kern van GENESIS. Op deze tafel bevindt zich aan de ene kant een bron en aan de andere kant een detector. De locaties van de detector en de bron zijn gefixeerd ten opzicht van elkaar. Samen kunnen ze langs de kern schuiven door middel van een stappenmotor, aangestuurd met LabView. De opstelling is in figuur 12 schematisch weergegeven. De stappenmotor kan op verschillende snelheden langs de kern bewegen. Elke stap is 1/1600 mm.

De detector is een BGO detector. Een BGO detector geeft pulsen af waarvan de amplitude een functie is van de energie van de opgevangen fotonen. Deze pulsen gaan naar een versterker. Vanuit de versterker gaan ze naar een Singel Channel Analyser (SCA). Een SCA meet de amplitude van de pulsen en creëert een uitgangssignaal dat niet meer afhankelijk is van deze amplitude. Daarnaast is het mogelijk een window in te stellen dat ervoor zorgt dat alleen de pulsen worden doorgelaten waarvan de energie (i.e. amplitude) binnen de grenzen van dit window ligt. De pulsen van de SCA worden naar een pulsenteller geleid. Hier worden de pulsen omgezet in een spanning evenredig met het aantal pulsen per tijdseenheid. De pulsenteller is in te stellen met verschillende gevoeligheden. De keuze voor de gevoeligheid is afhankelijk van het aantal pulsen per tijdseenheid. Het signaal vanuit de pulsenteller wordt weggeschreven op de computer met een samplefrequentie van 250-1000 Hz.



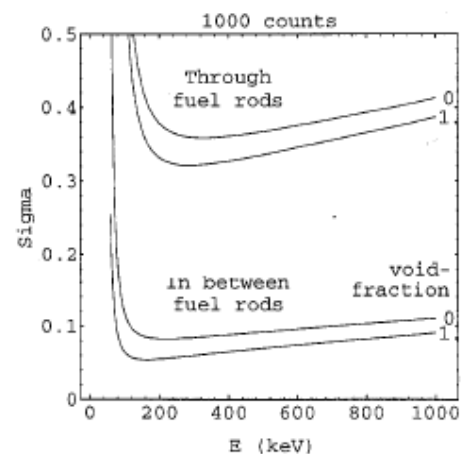
Figuur 12: Meetapparatuur.

Zoals eerder beschreven, worden naast de dampfractie ook op verschillende locaties de temperatuur, de druk, het vermogen en de stroming geregistreerd. Alle signalen worden zo opgeslagen dat deze grootheden, samen met de dampfractie, als functie van de tijd met elkaar kunnen worden vergeleken.

Bron

Voor het bepalen van het soort bron is gebruikt gemaakt van eerder gedaan onderzoek (Kok, 1998). Dit is mogelijk aangezien de afmetingen van de opstelling die voor dat onderzoek is gebruikt, DESIRE, orde grootte overeenkomen met de afmetingen van GENESIS. Bij dit onderzoek is als uitgangspunt een zo klein mogelijke standaarddeviatie in de gemeten dampfractie genomen.

In figuur 13 is de standaarddeviatie voor een vast aantal pulsen (1000) als functie van de energie van de fotonen voor vier situaties weergegeven: de situatie dat de straal door de verwarmings-staven gaat, de situatie dat de straal tussen de verwarmings-staven door gaat en voor beide situaties zowel 0% als 100% damp.



Figuur 13: Standaarddeviatie als functie van de energie bij verschillende situaties.

Hieruit komt naar voren dat de optimale energie rond de 300 keV ligt. (Kok, 1998) zegt vervolgens dat er twee isotopen zijn die fotonen rond de 300 keV uitzenden, namelijk Ba-133 (82, 303, 356 keV) en Cr-51 (320 keV)¹.

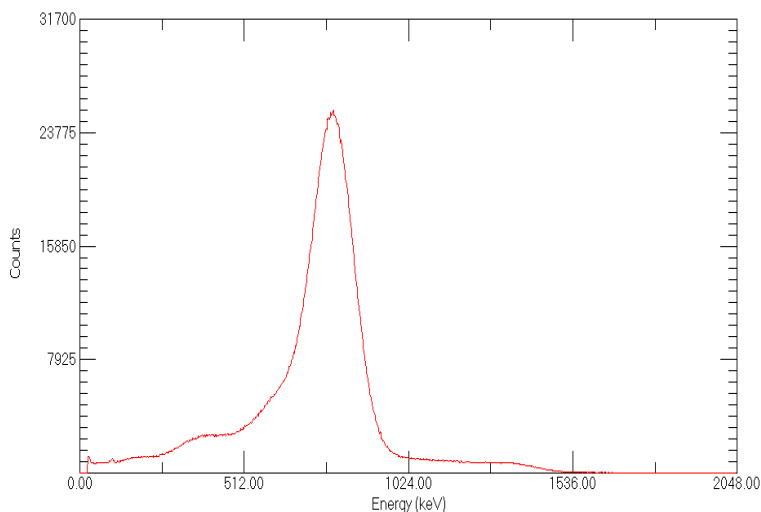
De keuze tussen deze twee komt vervolgens voort uit de kosten en de halfwaardetijd die ook moeten worden meegenomen in de keuze voor de bron. Ondanks het feit dat Ba-133 een veel langere halfwaardetijd heeft dan Cr-51 (respectievelijk 10.5 jaar en 27.7 dagen) is toch voor Cr-51 gekozen, aangezien dit isotoop goedkoop gemaakt kan worden in het Reactor Instituut in Delft.

Na verder onderzoek blijkt echter dat de specifieke energie van Cr-51 geen 320 keV, maar 752 keV is. Aangezien de bron op dat moment al gemaakt was en de standaarddeviatie slechts met een factor 1,5 toeneemt, is besloten om toch Cr-51 te gebruiken.

Bij het produceren van dit radioactieve materiaal ontstaan nog een aantal andere radioactieve isotopen. Die materialen hebben echter allemaal een zeer korte halfwaardetijd ten opzicht van Cr-51 waardoor ze bij de meting geen aantoonbaar effect zullen hebben.

Een ander belangrijk aspect dat uit figuur 13 naar voren komt, is het verschil in standaarddeviatie tussen de vier situaties. De standaarddeviatie wordt duidelijk groter wanneer de straal door de verwarmingsstaven gaat in vergelijking met een straal tussen de verwarmingsstaven door, terwijl het effect van de dampfractie op de standaarddeviatie klein is. Dit punt zal tijdens de metingen worden meegenomen.

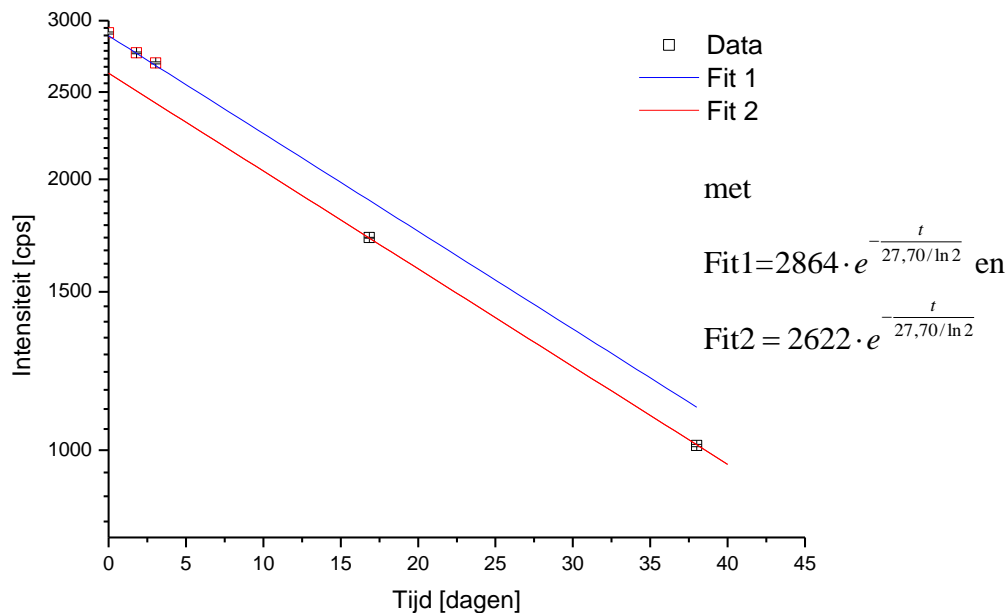
Om de energie van de fotonen van de bron die daadwerkelijk gebruikt is tijdens de metingen te controleren, is een energiespectrum gemaakt. Het resultaat is weergegeven in figuur 14. Hieruit blijkt inderdaad dat de energie 0,752MeV dominant is en dat de invloed van de andere isotopen klein is.



Figuur 14: Energiespectrum van de bron.

Van elke bron met Cr-51 is de halfwaardetijd bekend. De intensiteit op $t=0$ zal echter voor elke bron verschillend zijn. Om de intensiteit van de bron als functie van de tijd te bepalen, is deze meerdere malen gemeten. De resultaten zijn weergegeven in figuur 15, met op de y-as een logaritmische schaal. Aangezien voor deze data lang ($>600s$) is gemeten, is de onzekerheid als gevolg van het Poissonproces uit vergelijking 6 per meting te verwaarlozen.

¹ Deze energie wordt in (Kok, 1998) gegeven. Dit blijkt echter niet waar te zijn. Meer hierover in de alinea's erna.



Figuur 15: Intensiteit van de bron zonder object ertussen.

Het is duidelijk te zien dat er niet één lijn door de meetpunten te tekenen is met een halfwaardetijd van 27,70 dagen. Wanneer dit wel zo was, zouden namelijk alle punten op één lijn moeten liggen. Door de grafiek zijn dan ook twee lijnen getekend. Beide lijnen staan voor een functie met een halfwaardetijd van 27,70 dagen, maar duidelijk is te zien dat de intensiteit op $t=0$ anders is. Een mogelijke verklaring voor dit gedrag is een verschuiving van de bron binnen de bronhouder. Dit kan gebeurd zijn tijdens het vervoeren van de bron dat twee keer heeft plaatsgevonden, namelijk voor meting 4 en voor meting 5. Mogelijk is de bron bij één van deze twee momenten te ruw neergezet.

Collimator

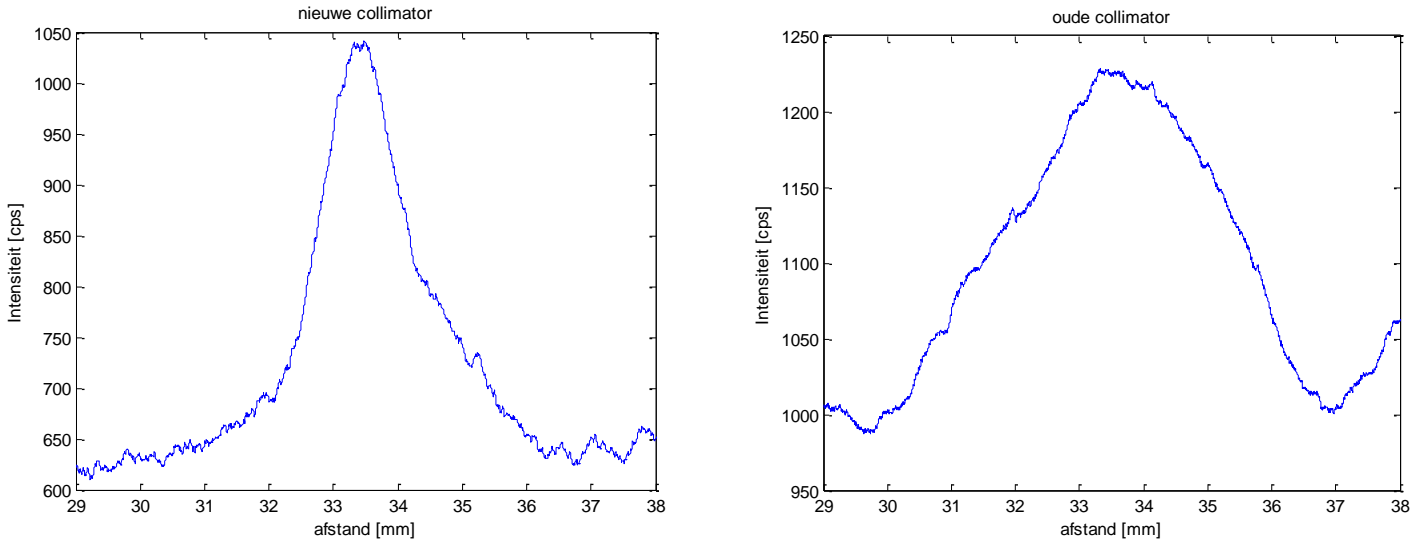
Zoals beschreven in de paragraaf over de bron neemt de onzekerheid af wanneer het volume dat de bundel van γ -fotonen beschrijft meer door het Freon gaat in plaats van door de verwarmingsstaven. Dit wordt onder andere bereikt door een kleine collimator voor de bron te plaatsen.

Aan de andere kant neemt de onzekerheid toe wanneer de intensiteit laag is. Op basis hiervan zou de collimator juist groter moeten zijn. Een compromis moet worden gevonden. Op basis van metingen zal worden bepaald welke collimator het beste resultaat geeft.

Als eerste is de al aanwezige collimator getest. Deze collimator is van messing en heeft een doorsnede van 2x5 mm. Hiermee voldoet hij niet aan de eis om tussen de verwarmingsstaven door de stralen, aangezien de afstand tussen de staven 1 mm is. Daarnaast houdt messing de γ -fotonen niet goed tegen.

Een tweede collimator van lood is gemaakt met een doorsnede van 0,7x10 mm. Door de collimator naast dunner ook hoger te maken wordt de intensiteitsafname geminimaliseerd.

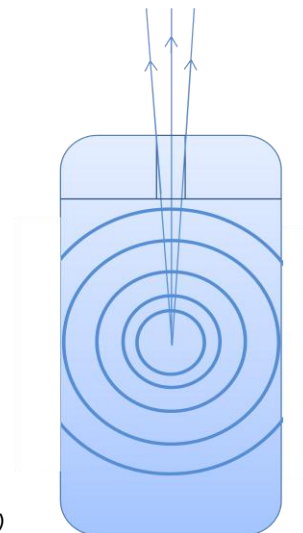
Metingen zijn uitgevoerd om het resultaat van de collimators te bepalen. Tijdens deze metingen schuiven de bron en de detector langs kern, beginnend en eindigend bij een verwarmingsstaaf. De sample frequentie is 1000 Hz en de data zijn bewerkt met een moving average filter over 1 mm. In figuur 16 zijn de resultaten hiervan te zien.



Figuur 16: resultaat van metingen waarbij bron en detector langs de kern schuiven. Links: de nieuwe collimator. Rechts: de oude collimator. De meting start bij een rij verwarmingsstaven en stopt bij de volgende rij.

Uit de grafieken blijkt duidelijk dat de bundel bij de nieuwe collimator smaller is waardoor de verwarmingsstaven minder invloed hebben op het signaal. Het is te zien dat het relatieve verschil in intensiteit tussen het maximum en het minimum met de nieuwe collimator wordt vergroot. Bij de oude collimator is de afname 20%, terwijl dit bij de nieuwe collimator 40% is. Daarentegen is de intensiteit lager geworden, maar het verschil is maar een factor 1,18. Dit resulteert in een vergroting van de relatieve fout als gevolg van de Poissoneigenschappen van het signaal met een factor $\sqrt{1,18} = 1,09$.

Ondanks de collimator zal er toch nog steeds een licht divergerende bundel ontstaan. Dit is weergegeven in figuur 17. Om alleen de stralen die direct vanuit de bron komen te detecteren is ook voor de detector een collimator geplaatst.



Figuur 17: Weergave divergerende bundel na collimator. (niet op schaal)

Detector

Als detector wordt een scintillatiedetector gebruikt. In deze detector valt de γ -straling op een fotokathode waardoor er aan de andere kant een elektron wordt vrijgemaakt. De stroom die zo ontstaat wordt in de detector versterkt en uiteindelijk als puls uitgezonden. De amplitude van de puls is recht evenredig met de energie van het foton.

De dode tijd van de detector is 1 μ s. De fout als gevolg van de dode tijd is daarmee verwaarloosbaar aangezien het aantal counts per seconde orde grootte 1000 is.

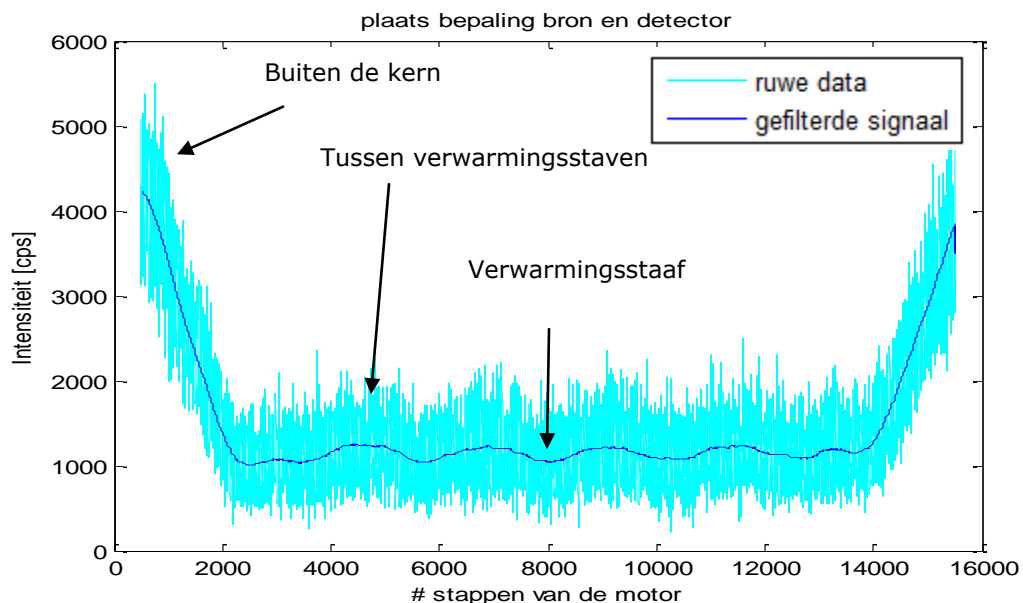
Meetlocatie

De locatie van de bron ten tijde van de metingen is zeer belangrijk.

Zoals eerder beschreven zijn de verwarmingsstaven in de kern in een grid van 5x5 geplaatst. Hierbij moet vermeld worden dat de staven in axiale richting niet precies recht zijn, waardoor de locatie van elke staaf overal net iets zal afwijken van dit ideale grid.

Om toch te zorgen dat de straal precies tussen twee rijen van verwarmingsstaven door zal gaan, is een goede locatiebepaling nodig. Dit wordt gedaan aan de hand van een meting waarbij de bron en de detector langs de kern schuiven. Zowel de stappenmotor als de detector zijn op Labview aangesloten. Hiermee wordt vervolgens de intensiteit als functie van de plaats gemeten.

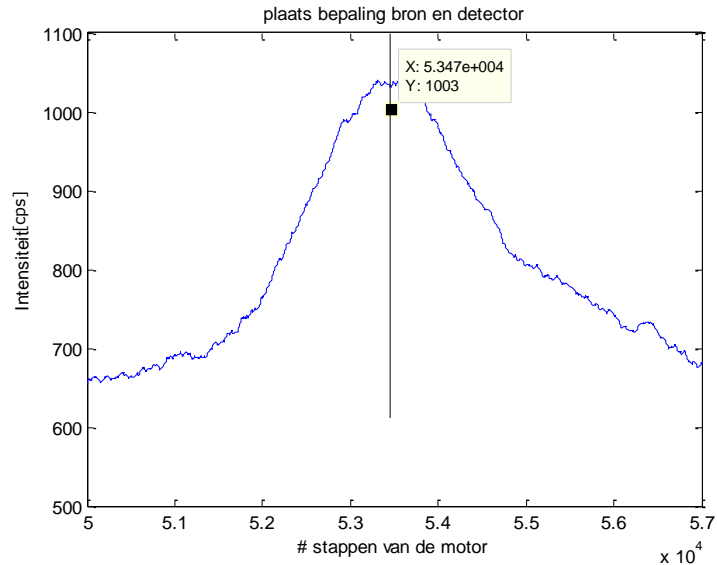
Het signaal is gefilterd met een moving average filter van 1mm. Dit geeft het volgende resultaat:



Figuur 18: Plaatsbepaling voor detector en bron.

Een lokaal maximum treedt op wanneer de bundel zich tussen twee verwarmingsstaven bevindt en een lokaal minimum treedt op wanneer de bundel zich ter hoogte van een verwarmingsstaaf bevindt. Buiten de kern is de intensiteit veel hoger.

De gegevens vanuit LabView worden weggeschreven in Excel. Aangezien Excel een maximale hoeveelheid aan data kan verwerken, was in eerste instantie de nauwkeurigheid waarmee de locatie bepaald kon worden klein. Aanpassing van het LabView programma heeft ervoor gezorgd dat alleen de data rond een lokaal maximum worden weggeschreven. Hiermee is de nauwkeurigheid van de plaatsbepaling verbeterd. Het resultaat is weergegeven in figuur 19.



Figuur 19: plaatsbepaling waarbij alleen de data rond een lokaal maximum worden weggeschreven waardoor met grotere precisie het maximum bepaald kan worden.

De onzekerheid in figuur 19 en dus in de plaatsbepaling wordt bepaald met vergelijking 6. Hierin kan voor N echter niet het totaal aantal counts van de meting worden genomen aangezien het een dynamisch signaal is. Bij berekenen van $u_r(I)$ zal voor N het aantal counts worden genomen dat overeenkomt met de lengte van het moving average filter. Dit geeft een onzekerheid van 1,1%. Dit komt overeen met een onzekerheid van 0,3 mm.

Methoden om de dampfractie te bepalen

Zoals in de theorie beschreven, wordt vergelijking 10 gebruikt om de dampfractie te bepalen. Eerst zal het gebruik van de vergelijking worden toegelicht, vervolgens worden alle stappen die uiteindelijk tot de dampfractie leiden beschreven, inclusief een beschouwing over de onzekerheid.

In vergelijking 10 staan drie grootheden, I , I_v en I_g . Dit betekent dat alleen de twee metingen met respectievelijk 100% en 0% damp nodig zijn als callibratie. Daarbij is geen kennis nodig over de waarden d_m , μ_m , μ_l en μ_g . Hiermee valt dus onder andere de geometrie van de opstelling, d_m , eruit. Ten tijde van de echte meting hoeft alleen de grootte I te worden gemeten.

Nu zal worden beschreven hoe de twee callibratie metingen I_v en I_g worden uitgevoerd.

De vergelijkingen 11 en 12 voor I_v en I_g zijn te schrijven als:

$$\begin{aligned}
 I_g &= I_0 e^{-\mu_m d_m} e^{-\mu_g d} = I_0(t)A \\
 I_v &= I_0 e^{-\mu_m d_m} e^{-\mu_v d} = I_0(t)B
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

met A en B zijn constanten.

Ten eerste wordt op meerdere tijdstippen I_0 gemeten door de intensiteit te meten zonder obstakels tussen de kern en de detector. Aan de hand van deze waarden en vergelijking 8 is de intensiteit als functie van de tijd, $I_0(t)$, te bepalen.

Ten tweede wordt zowel de intensiteit met alleen vloeistof als alleen damp in de kern gemeten om zo de constante termen A en B uit vergelijking 25 te bepalen. Met deze twee gegevens kunnen de waarden van I_g en I_v op elke tijdstip bepaald worden.

Bepaling van I_v

Om de meting met alleen vloeistof uit te voeren, wordt er geen vermogen aan de verwarmingsstaven opgelegd waardoor het Freon niet zal gaan koken. Dit is een simpele methode, maar brengt een onzekerheid met zich mee. Deze onzekerheid is afkomstig van het feit dat de temperatuur van de verwarmingsstaven ten tijde van deze callibratie meting lager is dan tijdens de meting van I. Door dit temperatuursverschil zal de diameter van de verwarmingsstaven verschillen waardoor de waarde van A uit vergelijking 25 tijdens de callibratie meting verschilt ten opzicht van de waarde van A tijdens het meten van I. De fout die hiermee gemaakt wordt zal nu worden berekend. Hierbij worden verschillende benaderingen gemaakt, waarbij steeds het uitgangspunt is dat de benadering de fout alleen maar kan vergroten. De werkelijke fout zal dus nooit groter zijn.

Zoals beschreven bij de meetopstelling is de buitenste laag van de verwarmingsstaven een cilinder van staal met een diameter, D , van 6,16 mm. De relatieve fout in de intensiteit ten gevolgen van de temperatuursverandering bij een bundel die door een verwarmingsstaaf gaat is dan:

$$u(d_m) = \alpha \cdot D_0 \cdot \Delta T$$

$$u(I_v)_r = \left| \frac{\partial I_v}{\partial d_m} \right| u(d_m) \cdot \frac{1}{I_v} = \mu_m \cdot u(d_m) \quad 26$$

met α is de lineaire expansiecoëfficiënt.

Om de onzekerheid te bepalen zijn μ_m en α_m nodig van de verwarmingsstaven. De staven zijn van meerdere materialen gemaakt, wat de berekeningen complexer maakt. Er zal hier een benadering worden gebruikt waarbij met volledig stalen staven wordt gerekend.

De temperaturen in de kern worden tijdens alle metingen gemeten. Deze waarden worden gebruikt om de verschillen in temperatuur te bepalen.

$$T_{\text{gem, meting I}} = 318\text{K}$$

$$T_{\text{gem, nulmeting vloeistof}} = 300\text{K}$$

De relatieve onzekerheid voor I_v als gevolg van temperatuursverschillen komt daarmee op:

$$u(I_v)_r = 0,01\% \quad 27$$

$$\text{met } \mu_m = 86 \left[m^{-1} \right] \text{ en } \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

Bepaling van I_g

De nulmeting met alleen damp in de kern is lastiger. Wanneer de toegang tot de kern voor Freon wordt afgesloten, is het mogelijk de kern leeg te stoken. De verwarmingsstaven zullen dan echter oververhit raken, omdat er niet voldoende Freon is om de warmte af te voeren.

Om dit probleem te overbruggen zijn verwarmingskabels rondom de kern geplaatst. Deze kabels kunnen los van de verwarmingsstaven in de kern worden aangezet en zullen niet oververhit raken. Hiermee kan het laatste beetje Freon uit de kern worden gekookt zonder dat er vermogen op de verwarmingsstaven hoeft te staan. Ook bij deze nulmeting zal een fout ontstaan door een temperatuurverschil volgens vergelijking 26.

$$T_{\text{gem, meting I}} = 318\text{K}$$

$$T_{\text{gem, nulmeting damp}} = 309\text{K}$$

De relatieve onzekerheid voor I_g als gevolg van temperatuurverschillen komt daarmee op:

$$u(I_g)_r = 0,005\% \quad \mathbf{28}$$

$$\text{met } \mu_m = 86 \left[m^{-1} \right] \text{ en } \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

Aangezien de meettijd van de nulmetingen zeer lang kan worden genomen, is de onzekerheid in de nulmetingen als gevolg van het Poissonproces voor deze callibratie metingen te verwaarlozen. De totale onzekerheid in de dampfractie α^* komt daarmee op:

$$u(\alpha^*) = \alpha^* \sqrt{\left[\frac{1}{I} \left| \frac{\partial \alpha^*}{\partial I} \right| u(I) \right]^2 + \left[\frac{1}{I_g} \left| \frac{\partial \alpha^*}{\partial I_g} \right| u(I_g) \right]^2 + \left[\frac{1}{I_v} \left| \frac{\partial \alpha^*}{\partial I_v} \right| u(I_v) \right]^2} \quad \mathbf{29}$$

Stysteeminstellingen

Zoals beschreven in de theorie zal een sinus worden opgelegd aan het vermogen om de overdrachtsfunctie te bepalen. Een goede andere mogelijkheid is een stapfunctie. Hierbij moet echter het resulterende signaal met zeer grote nauwkeurigheid bepaald kunnen worden, waardoor deze methode, als gevolg van het Poissonkarakter van het radioactieve signaal, afvalt. Daarnaast zullen kleine fluctuaties in de opstelling een groot effect hebben op het resultaat bij gebruik van een stapfunctie, terwijl dit bij gebruik van een sinus minder het geval is, aangezien hier over een veel langere periode gemeten zal worden. Het volgende vermogen zal dus worden toegepast:

$$P = DC + A \sin(\omega t) \quad \mathbf{30}$$

met DC en A constanten.

Voor het bepalen van de amplitude van het vermogen dat zal worden opgelegd, zijn twee punten belangrijk:

- Met een grotere amplitude zal het verschil in dampfractie groter zijn waardoor het signaal beter te analyseren is.
- Met een grotere amplitude is er een kans dat het systeem niet meer lineair te benaderen is.

Om te controleren of de benadering met een lineaire overdrachtsfunctie goed is, is voor verschillende amplitudes gekeken of het uitgangssignaal inderdaad een sinus vorm heeft met dezelfde frequentie als hetingangssignaal. Dit zijn, zoals beschreven in de theorie, eigenschappen van een lineair tijdinvariant systeem.

Er zijn metingen uitgevoerd met een frequentie van 0,17 Hz, een DC vermogen van 0,4 kW en de amplitude is gevarieerd tussen 0,12 kW en 0,36 kW per staaf.

Uit deze metingen komt naar voren dat voor elk van deze meting er maar één dominante frequentie is, namelijk de opgelegde frequentie. Hieruit kan worden geconcludeerd dat qua frequentie de overdrachtsfunctie als lineair kan worden benaderd. Naast deze frequentie zou het signaal echter ook een perfecte sinus moeten zijn. Dit is niet met zekerheid het geval aangezien de onzekerheid in de vorm van het gefilterde signaal groot is, maar aangezien de vorm wel een sinus benadert en de frequentie zeer goed overeenkomt, zal de overdrachtsfunctie in eerste instantie wel lineair benaderd worden.

Om de metingen zo goed mogelijk overeen te laten komen met nominale condities in een echte kokendwaterreactor is het van belang dat de vermogens overeenkomen met nominale condities. In de geschaalde opstelling komt een DC vermogen van 1,1kW per verwarmingsstaaf overeen met een nominaal vermogen. Dit zal dan ook het uitgangspunt zijn voor het DC vermogen. Het is echter momenteel niet mogelijk om het vermogen op dit niveau te krijgen wanneer er ook nog een sinus overheen komt. Dit komt doordat de voedingen niet voldoende vermogen kunnen afleveren. Het maximaal mogelijke DC vermogen zal gebruikt worden. Met een amplitude van 0,24 kW per staaf is het maximaal DC vermogen gelijk aan 0,4 kW per staaf.

Signaalkwaliteit

Een belangrijke uitdaging bij het bouwen van een meetopstelling is de nauwkeurigheid van het signaal. Verschillende punten zullen worden bekeken bij het nagaan van deze kwaliteit.

- Is de frequentie van het signaal goed te bepalen?
- Komt de frequentie van het signaal overeen met de te verwachte frequentie?
- Is de werkelijke dampfractie goed te bepalen?
- Is de kruiscorrelatie tussen de dampfractie en het vermogen goed te bepalen om zo de faseverschuiving te achterhalen?
- Wat is de relatieve verandering van het signaal als gevolg van het veranderen van de dampfractie?
- Wat is de invloed van de amplitude en de frequentie op bovenstaande punten?
- Welke storing/ruis bevat het signaal allemaal en wat is de invloed hiervan op de metingen?

Frequentie bepaling

De frequentie is bij vrijwel alle metingen zeer goed te bepalen. Een typische power spectral density functie (psd) ziet eruit als weergegeven in figuur 20. (Bij alle volgende weergaves van de power spectral density is de hoogte van de piek van het vermogen geschaald ten opzichte van de piek van de dampfractie. In werkelijkheid is de piek van het vermogen hoger dan die van de dampfractie omdat die beter gedetecteerd wordt.)

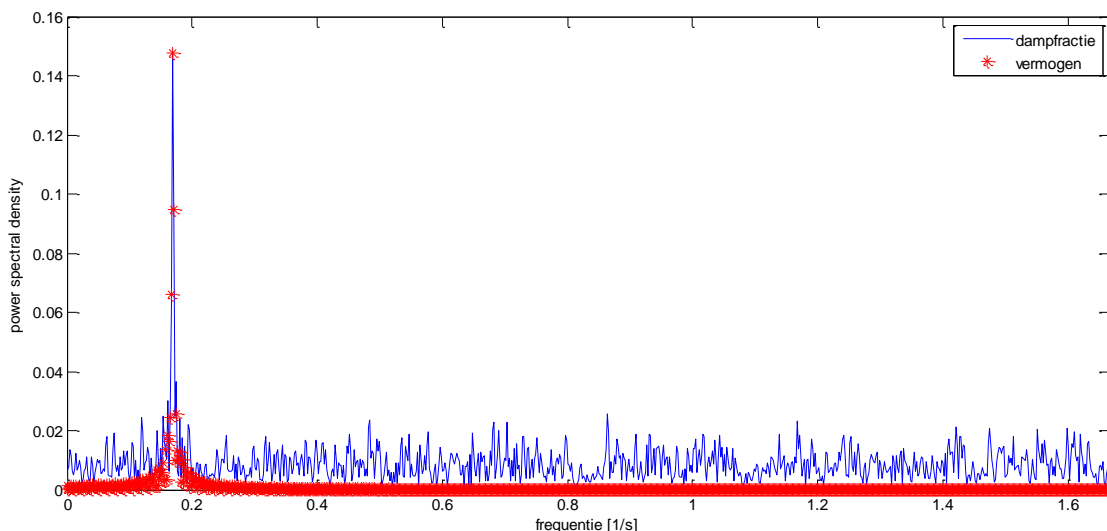
Hierbij is gebruikt dat

$$psd = \phi_x(\omega) = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2$$

met $X_N(\omega)$ is de fourier transformatie van het gemeten signaal. Deze is berekend met de fast fourier transform (fft) functie in Matlab.

De samplefrequentie is 250 Hz. Dit geeft een maximaal detecteerbare frequentie van 125 Hz. Deze is veel hoger is dan de opgelegde frequentie en dus de frequentie van interesse. Hierdoor zal er geen probleem optreden als gevolg van vouwvervorming (aliasing).

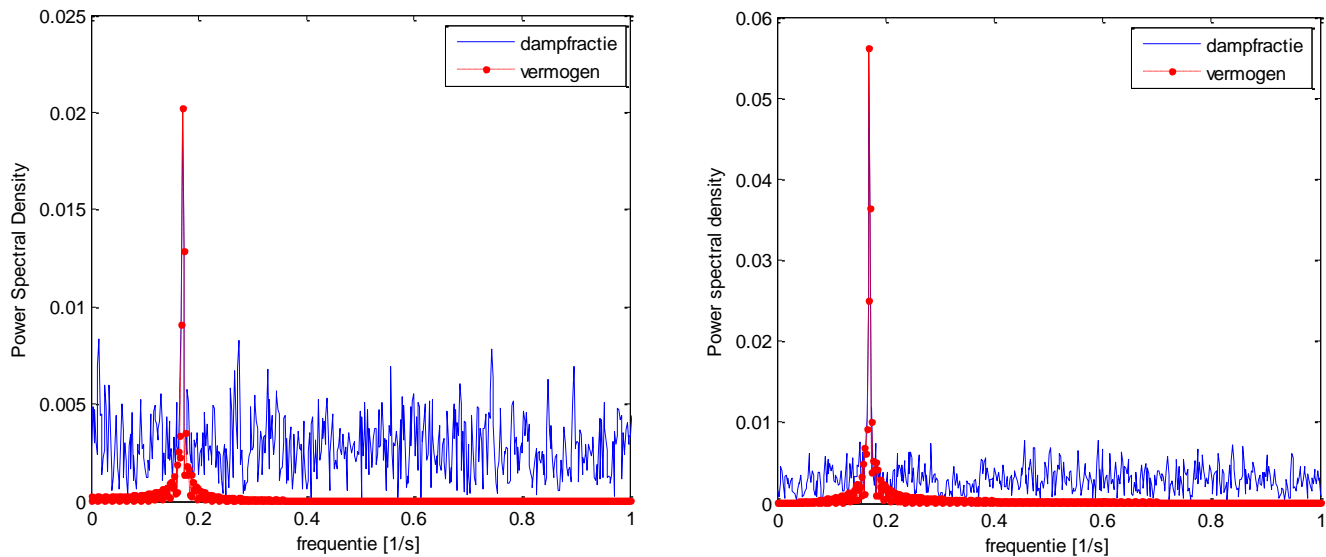
De metingen worden uitgevoerd voor minstens 50 periodes. Hoe langer er gemeten wordt, hoe kleiner de fout als gevolg van 'spectral leakage'.



Figuur 20: Typische power spectral density. Frequentie is 0,17 Hz.

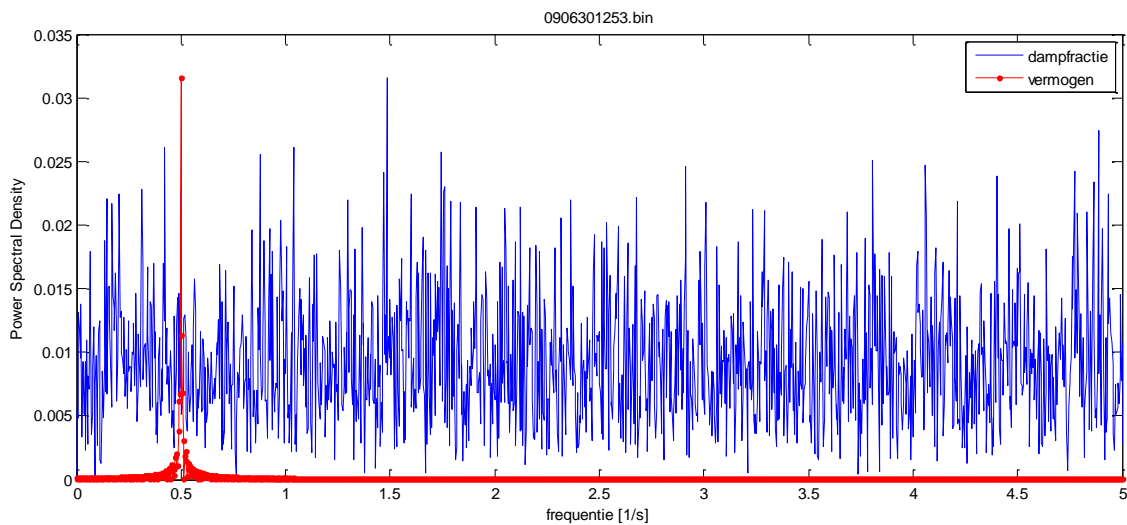
De frequentie die uit deze grafiek naar voren komt is duidelijk dezelfde frequentie als de frequentie die is opgelegd aan vermogen voor de verwarmingsstaven. Dit is naar aanleiding van de lineair tijdinvariante overdrachtfunctie wat er verwacht wordt. Zoals in de paragraaf hiervoor beschreven, is ook bij grotere amplitudes dezelfde frequentie gevonden.

Bij het veranderen van de amplitudes komt wel een ander verschil naar voren: namelijk de hoogte van de dominante piek in de power spectral density functie. Naarmate de amplitude wordt verhoogd, wordt de piek in de psd ook relatief hoger ten opzichte van de niet tot weinig aanwezige andere frequenties. Dit is wat verwacht werd, aangezien een hogere amplitude voor een groter verschil in dampfractie zorgt.



Figuur 21: Power spectral density. Links: Amplitude van 0,15 kW per staaf, Rechts: 0,45 kW per staaf, beide: DC vermogen van 0,4 kW per staaf en een frequentie van 0,17 Hz.

Een probleem ontstaat wanneer hogere frequenties ($>0,5$ Hz) gedetecteerd moeten worden. Tot 0,5 Hz blijkt dat het meten van 50 periodes ruim voldoende is om een duidelijke piek in de power spectral density te verkrijgen. Boven de 0,5 Hz vindt een breuk plaats waarboven geen enkele frequentie meer gedetecteerd wordt. Ook bij vergroten van de amplitude wordt er geen frequentie meer gedetecteerd. De psd ziet er dan als volgt uit:



Figuur 22: Power spectral density voor een frequentie van 0,5 Hz.

Er zijn verschillende mogelijke verklaring voor dit probleem.

Als eerste kan het komen door het feit dat de relatieve fout per seconde als gevolg van het Poissonproces (vergelijking 6) gelijk blijft, maar de periode van de oscillatie kleiner wordt. De relatieve fout per periode wordt dus groter. Oftewel, er zijn minder counts per periode om het signaal goed weer te geven. Dit is weergegeven in tabel 2 voor verschillende metingen.

Tabel 2: Waardes bij verschillende frequenties.

Frequentie (Hz)	Gemiddelde aantal counts per seconde	Counts per periode	Relatieve fout per periode als gevolg van het Poissonproces	Duidelijk piek in psd
1	525	525	4,3 %	Nee
0,5	750	1500	2,5 %	Gemiddeld
0,2	750	3750	1,6 %	Ja

Uit tabel 2 is te concluderen dat bij het meten van 50 periodes geen duidelijke frequentie meer wordt gevonden wanneer de relatieve fout per periode hoger is 2,5%.

Ten tweede kan het komen doordat de relatieve verandering in de dampfractie steeds kleiner wordt bij hogere frequentie. Tabel 3 geeft het resultaat van metingen waarbij gemeten is met een vaste amplitude van 0,3 kW per verwarmingsstaaf. Duidelijk is te zien dat de relatieve verandering sterk daalt bij hoger wordende frequentie.

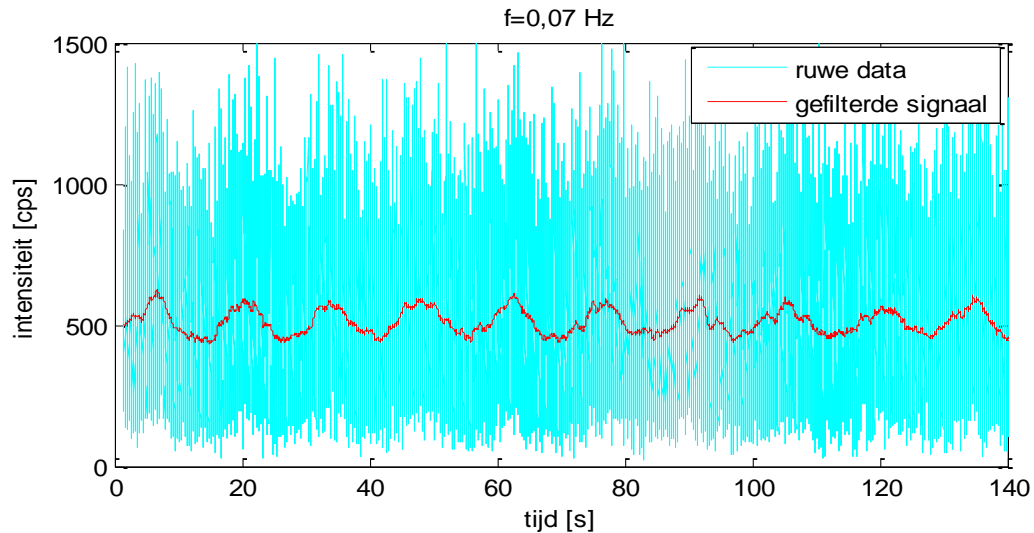
Tabel 3: Relatieve afname van de intensiteit.

Frequentie	Relatieve verandering
0,07	26%
0,13	15%
0,2	6%
0,5	3%

Twee aanpassingen geven mogelijk verbetering naar aanleiding van deze oorzaken. Ten eerste een langere meettijd waardoor de fout in de power spectral density kleiner wordt. Ten tweede een hogere intensiteit van de bron waardoor het aantal counts per seconde groter wordt. Een langere meettijd zal op een gegeven moment niet meer helpen, alleen een hogere intensiteit is dan voldoende om de meting te verbeteren.

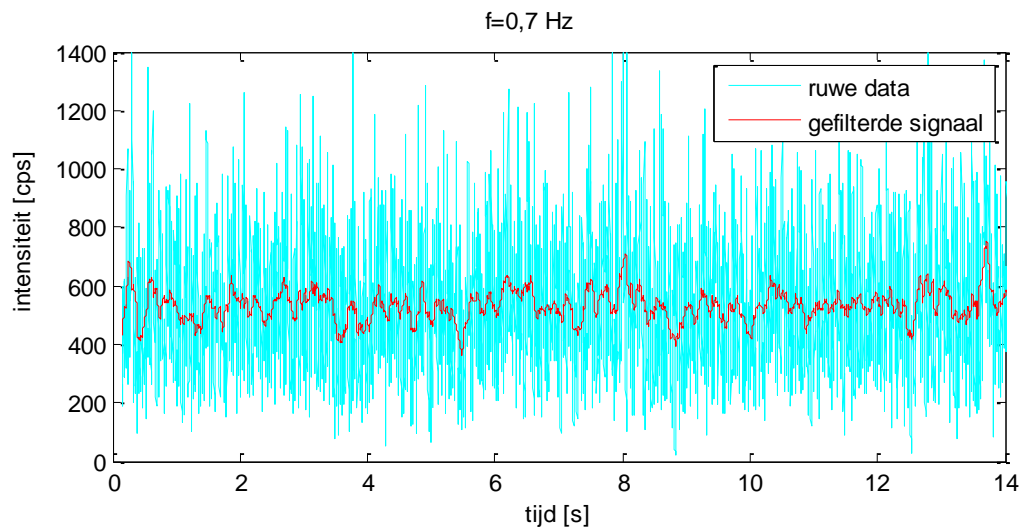
Dampfractie

De ruwe data van de dampfractie geven een brede band, waar geen periodiek signaal in te zien is. Om de storing, veroorzaakt door het Poissonproces, weg te filteren, wordt de ruwe data gefilterd met een moving average filter met een lengte van een tiende van de periode van de oscillatie. Dit geeft voor alle frequenties onder de 0,5 Hz beelden vergelijkbaar met het figuur 23.



Figuur 23: Weergave van dampfractie. frequentie is 0,07 Hz, Amplitude is 0,35kW per staaf, DC vermogen is 0,4 kW

Ook bij deze analyse is er verandering naarmate de frequenties hoger worden. In figuur 24 is een meting van de dampfractie weergegeven waarbij een frequentie van 0,7 Hz is opgelegd aan het vermogen. Alle frequenties boven de 0,5 Hz geven een beeld vergelijkbaar met figuur 24. Dit signaal ziet er minder periodiek en strak uit. Ook hier is duidelijk een overgang te zien bij een frequentie die hoger is dan 0,5 Hz.



Figuur 24: Weergave van dampfractie. frequentie is 0,7 Hz, Amplitude is 0,35kW per staaf, DC vermogen is 0,4 kW

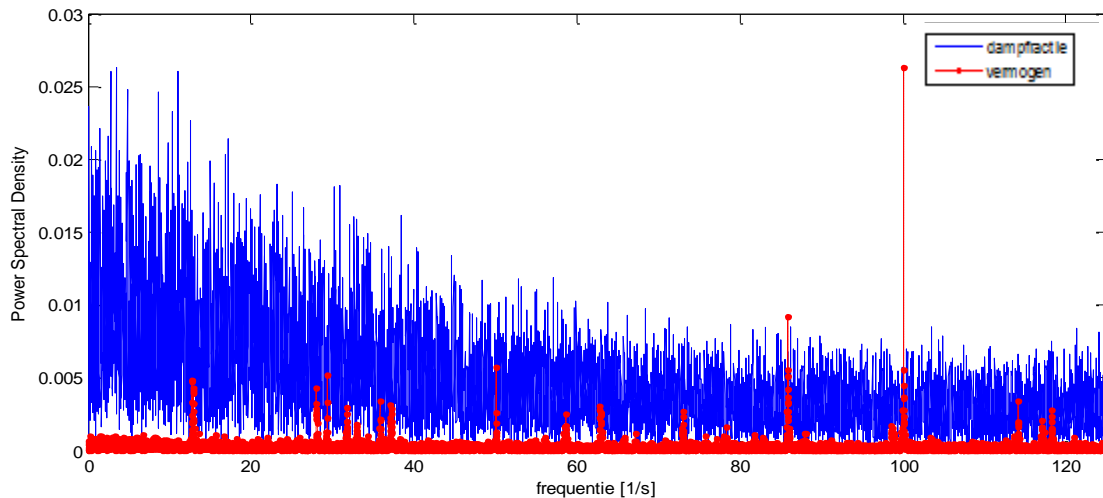
De onzekerheid in het gefilterde signaal in bovenstaande figuren wordt bepaald met vergelijking 6. Hiervoor kan echter niet het totaal aantal counts van een meting worden genomen aangezien het een dynamisch signaal is. Bij bereken van $u_r(I)$ zal het aantal counts worden genomen dat overeenkomt met de halve lengte van het moving average filter.

Dit geeft de volgende onzekerheden voor de metingen uit figuur 23 en 24:

- Bij de meting van 0,07 Hz een onzekerheid van 5,3 %
- Bij de meting van 0,7 Hz een onzekerheid van 16,7 %.

Storing in het signaal

Het signaal bevat vanwege de eigenschappen van radioactief verval in ieder geval een Poisson distributie. Daarnaast is het te verwachten dat er naast deze storing nog andere ruis afkomstig van het systeem in het signaal zit. Om dit te controleren is een psd gemaakt van een signaal waarbij geen vermogen is opgelegd. Dit psd is weergegeven in figuur 25.



Figuur 25: Power spectral density van storing in het signaal. (Vermogen is hier niet geschaald)

Met de power spectral density van het vermogen is te zien dat er verschillende ruiscomponenten aanwezig zijn als gevolg van het computer systeem en de netspanning.

De pieken zijn allemaal bij hogere frequenties dan de frequenties die worden gebruikt bij de metingen. Deze ruiscomponenten kunnen dus worden weg gefilterd en zullen de meting niet negatief beïnvloeden.

Kruiscorrelatie

Voor het maken van de kruiscorrelatie is de volgende schatter genomen:

$$E[\hat{R}_{yp}(k)] = \hat{R}_x(k)$$

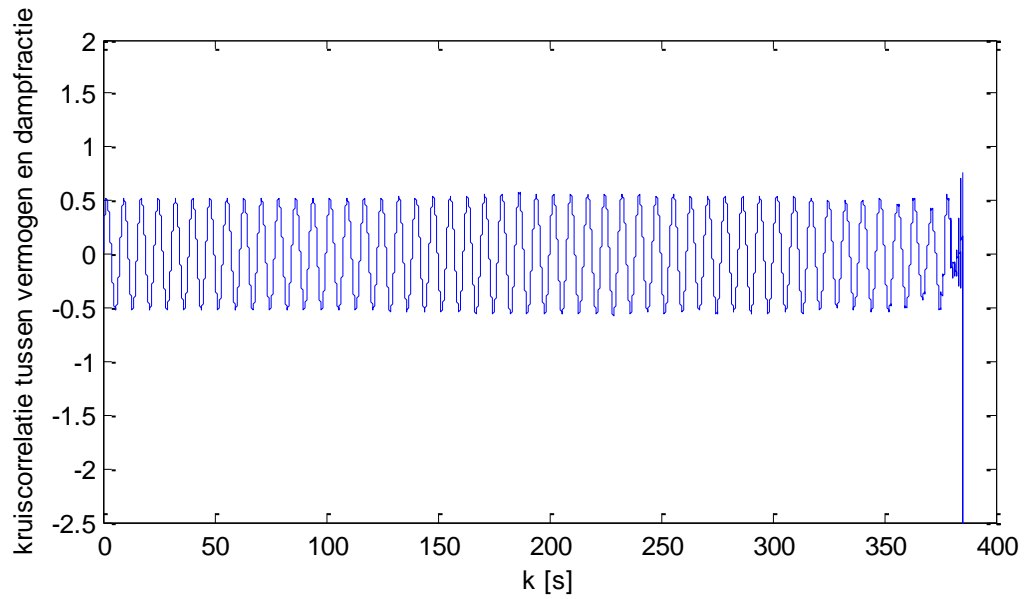
$$\hat{R}_{yp}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{t=k}^{N-1} y(t)p(t-k)$$

$$Var(\hat{R}_x(k)) = \begin{cases} \frac{2}{N} \sigma_y^2 \sigma_p^2 & k=0 \\ \frac{1}{N-k} \sigma_y^2 \sigma_p^2 & k \neq 0 \end{cases} \quad \mathbf{31}$$

Met $\hat{R}_{yp}(k)$ is de schatter van $R_{yp}(k)$, N is het totaal aantal samples van de meting en σ_x is de standaard deviatie van signaal x.

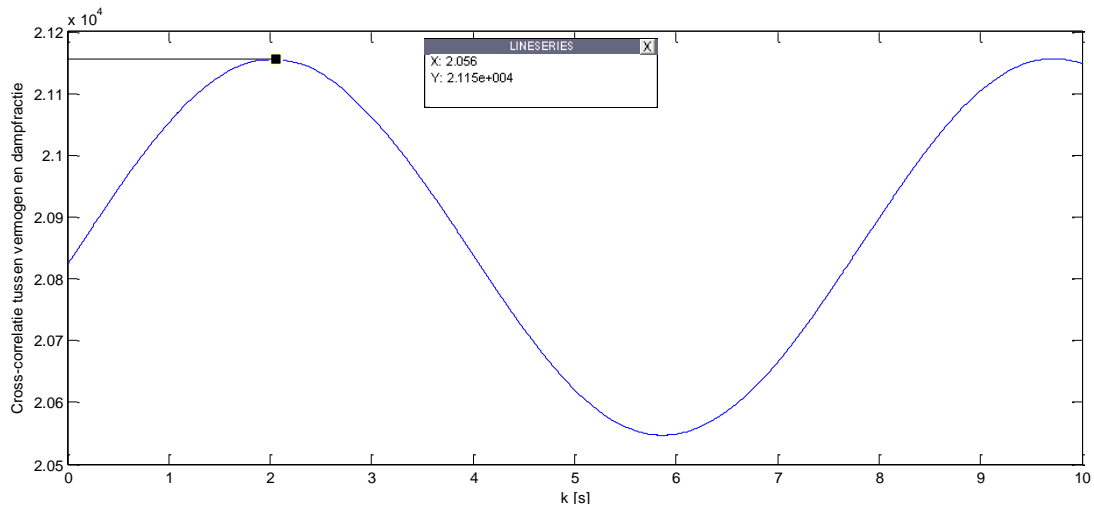
Er is voor deze schatter gekozen aangezien hij geen bias heeft, ongeacht de waarde van N. Dit betekent dat de verwachtingswaarde van de schatter van een grootte gelijk is aan de grootte zelf. Daarentegen is de variantie van deze schatter wel groter dan de variantie van een schatter zonder bias, maar dit geldt alleen voor grote k. De gezochte waarden van k zijn klein. Hierdoor levert dit geen probleem op.

In figuur 26 is het resultaat van een kruiscorrelatie weergegeven.



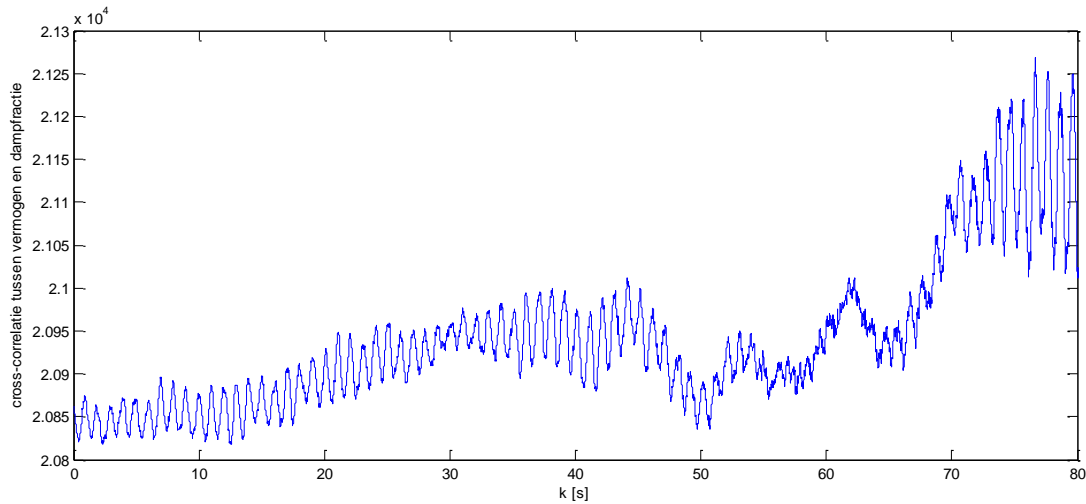
Figuur 26: Kruiscorrelatie voor signaal met frequentie is 0,13 Hz, Amplitude is 0,30 kW per staaf, DC vermogen is

Met de afstand weergegeven in figuur 27 wordt de faseverschuiving vervolgens bepaald



Figuur 27: Faseverschuiving bepalen via kruiscorrelatie.

In figuur 28 is te zien dat ook bij de kruiscorrelatie een verandering optreedt bij frequenties hoger dan 0,5 Hz. Figuur 28 is de kruiscorrelatie van een meting bij 0,5 Hz weergegeven.



Figuur 28: Kruiscorrelatie voor hogere frequentie, 0,5 Hz.

Om de onzekerheid in de het bepalen van de kruiscorrelatie te bepalen, is een simulatie in matlab gemaakt. Hierbij is de kruiscorrelatie uitgevoerd tussen twee sinus functie met een bekend faseverschil. Aan één van de twee sinusfuncties is een storing toegevoegd, welke vergelijkbaar is met de storing van het gemeten signaal van de dampfractie.

Deze simulatie geeft een onzekerheid van 10-20%. Waarbij de onzekerheid groter is, naarmate de frequentie lager is.

CONCLUSIE EN AANBEVELINGEN MEETTECHNIEK

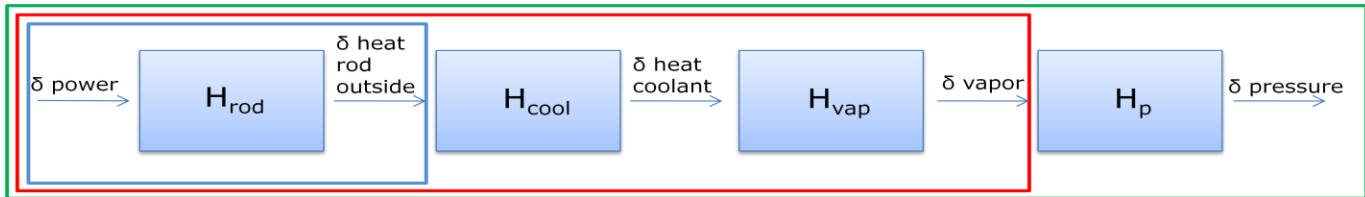
Over de meetopstelling zijn verschillende conclusies te trekken. De belangrijkste conclusie is dat met de meetopstelling de chordale dampfractie kan worden gemeten. De onzekerheid waarmee de dampfractie kan worden gemeten is afhankelijk van de opgelegde frequentie aan het vermogen en de intensiteit van de bron. Bij uitgevoerde metingen met $I(0)=1000$ cps en een frequentie van 0,7 en 0,07 Hz was de onzekerheid respectievelijk 16,7% en 5,3% procent.

Verdere conclusies en aanbevelingen zijn:

- Er kan het beste een bron worden gebruikt die fotonen met een energie rond de 300 keV uitzendt. Dit volgt uit berekeningen waar als uitgangspunt een zo klein mogelijke standaarddeviatie bij de meting van de dampfractie is genomen.
- De intensiteit van de gebruikte Cr-51 bron neemt inderdaad af met een halfwaardetijd van 27,70 dagen. Wel is geconstateerd dat de bron mogelijk verschuift in de houder. Verder onderzoek moet uitwijzen of dit inderdaad het geval is, of dat er andere fout is gemaakt bij het meten van de intensiteit als functie van de tijd.
- Het vernauwen en verhogen van de collimator, alsmede het veranderen van het materiaal van messing naar lood is een verbetering. De standaarddeviatie bij het meten van de dampfractie als gevolg van het Poissonkarakter van de bundel is hiermee verkleind met een factor 3,6.
- De ideale meetlocatie kan met een onzekerheid van 0,3 mm. worden bepaald.
- De meetopstelling blijkt bruikbaar om de benodigde callibratie metingen met alleen damp en alleen vloeistof in de kern te doen. Ten eerste is de methode om de kern met alleen damp te vullen veilig en doeltreffend gebleken. Ten tweede hebben de callibratie metingen een relatieve fout die kleiner is dan 0,01%.
- Tot een frequentie van 0,5 Hz zijn zowel, de frequentie, de kruiscorrelatie als het signaal van de dampfractie te detecteren. Bij een hogere frequentie is de fout als gevolg van het Poissonkarakter dermate groot dat dit niet meer gaat. Een mogelijke oplossing voor dit probleem is een bron met hogere intensiteit. Om met de gegeven berekening voor de onzekerheid in het gefilterde signaal bij een meting van 0,7 Hz op een onzekerheid van 5% te komen, is een intensiteit van 5600 counts per seconde nodig. Verder onderzoek moet uitsluitsel geven over het succes van deze en eventueel andere oplossingsmethoden voor hogere frequenties.
- Om de metingen echt overeen te laten komen met nominale condities zullen voedingen met een hoger vermogen gebruikt moeten worden.

METINGEN

Het doel van de metingen is het verkrijgen van resultaten waarmee kan worden voortgeborduurd op eerder gedaan onderzoek naar het proces van vermogen tot drukval. In figuur 29 is dit proces nogmaals weergegeven. Bij deze metingen is gekeken naar het proces binnen het rode kader.

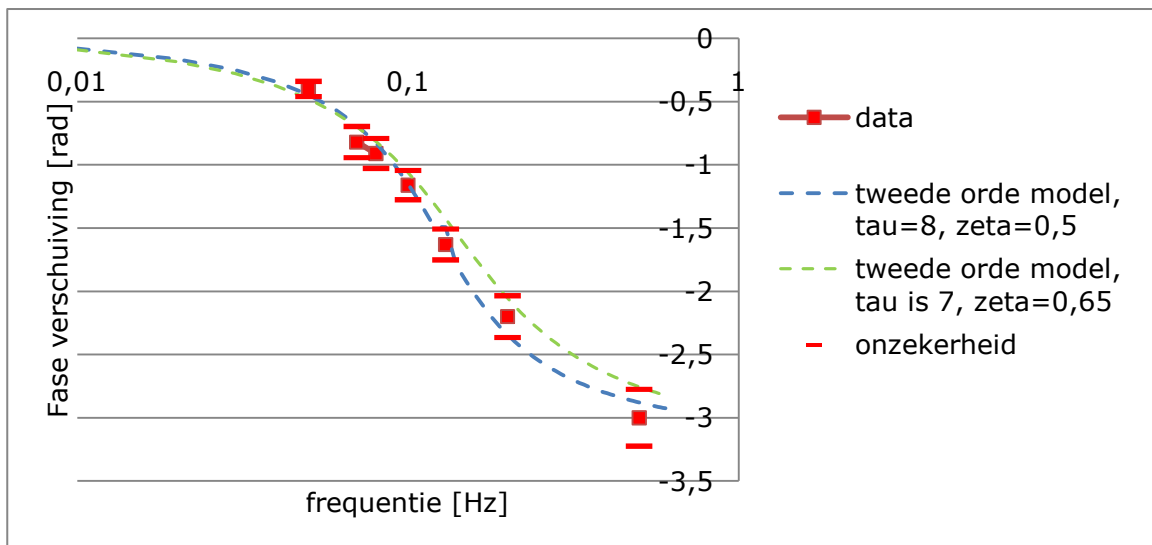


Figuur 29: Weergave van de verschillende onderzoeken naar delen van het proces van vermogen tot drukval.

Eerst zullen de gevonden resultaten worden weergegeven. Vervolgens wordt uiteengezet wat de resultaten van eerdere onderzoeken zijn geweest.

Er zijn metingen gedaan bij frequenties tussen de 0,07 en 0,5 Hz. Hierbij is per staaf een amplitude van 0,3 kW en een DC vermogen van 0,40 kW gebruikt. Helaas zijn er niet meer meetdata beschikbaar aangezien er lange tijd problemen zijn geweest met de computer bij de opstelling.

In figuur 30 is het resultaat van de faseverschuiving weergegeven. De faseverschuiving is voor 6 frequenties bepaald. De verkregen data zijn gefit met verschillende orde filters. Hieronder zijn alleen tweede orde filters (vergelijking 19) weergegeven, aangezien deze duidelijk het meest overeenkomen met de data.



Figuur 30: Faseverschuiving als functie van de frequentie.

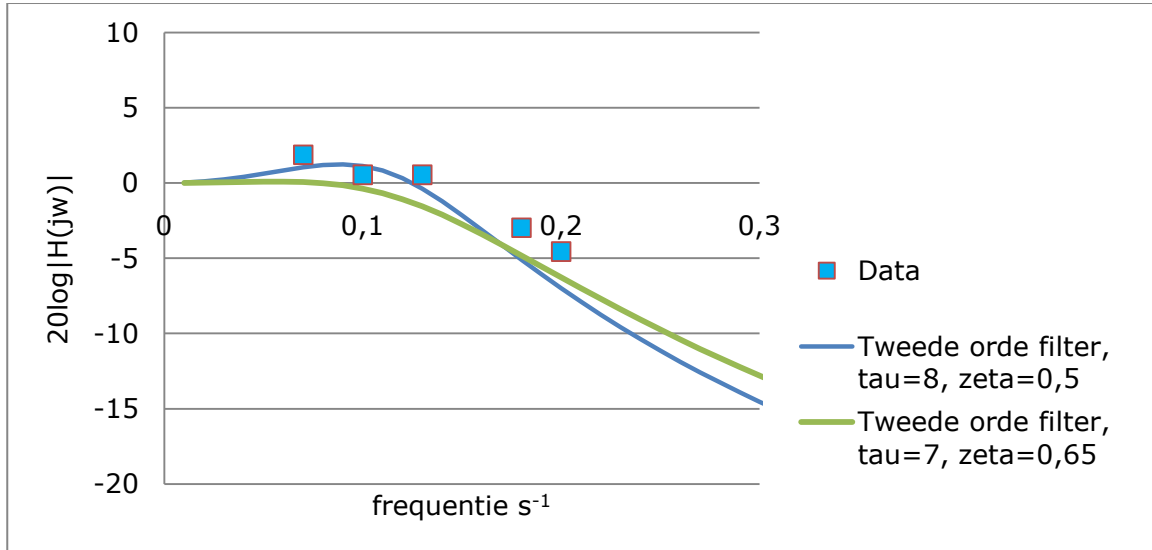
De tijdsconstante van deze overdrachtsfuncties zijn vervolgens:

$$\frac{\tau}{\zeta} = \frac{8}{0,5} = 16,0 \text{ s. en } \frac{\tau}{\zeta} = \frac{7}{0,65} = 10,8 \text{ s.}$$

De tijdsconstante van dit systeem bevindt zich volgens deze data tussen de 10,8 s en 16,0 s.

Naast de faseverschuiving is ook voor verschillende frequenties de versterking bepaald aan de hand van de amplitudes van het in- en uitgangssignaal. Aangezien de meeste metingen niet een duidelijk sinusvormig beeld hebben, is het echter moeilijk om de versterking goed te bepalen. De onzekerheid is zeer groot zijn.

Hieronder zijn de verkregen data weergegeven. De data zijn gefit met tweede orde filters met dezelfde parameters als bij de faseverschuiving. Deze data bewijzen niet dat het een tweede orde overdrachtsfunctie is, maar ze spreken het ook niet tegen.



Figuur 31: Versterking tussen vermogen en dampfractie.

(Degen et al, 2006) hebben onderzoek gedaan naar zowel de processen binnen het blauwe kader als binnen het groene kader uit figuur 29. Hieruit is ten eerste gebleken dat de overdrachtsfunctie, H_{rod} , van de warmte binnen de staven te beschrijven is als tweede orde systeem met als tijdsconstanten:

$$\tau_1 = 0,030s$$

$$\tau_2 = 0,28s$$

32

Verder is gebleken dat de tijdsconstante met betrekking op het proces binnen het groene kader, het proces van vermogen tot drukval over de kern, veel groter is dan de gevonden tijdsconstante voor de warmteoverdracht binnen de staven. Met de faseverschuiving wordt een tijdsconstante tussen de 15 en 31 s gevonden. Volgens (Degen et al, 2006) wordt deze tijdsconstante veroorzaakt door het proces van natuurlijke circulatie.

(Beekman et al, 2004) hebben, net als in dit onderzoek, gekeken naar het proces binnen het rode kader: het proces van vermogen tot dampfractie. Dit onderzoek was echter met een andere opstelling en er zijn weinig data bewaard gebleven. Het resultaat van zijn onderzoek was ten eerste dat dit proces niet met een eerste orde proces is te beschrijven. Daarnaast wordt een tijdsconstante genoemd van 8,4 seconde.

CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN METINGEN

De belangrijkste conclusie van de metingen is dat de faseverschuiving als functie van de frequentie goed te beschrijven is met een tweede orde overdrachtsfunctie, met τ tussen 7 en 8 s. en ζ tussen 0,5 en 0,4. Verdere conclusies zijn:

- De tijdsconstante van het systeem van vermogen tot dampfractie bevindt zich tussen de 10,8 en 16,0 s. Uit eerder onderzoek komt naar voren dat de tijdsconstante van de warmte overdracht binnen de staven minder dan 1 seconde is. De overdrachtsfunctie van warmteoverdracht in de koelvloeistof en de vorming van damp zijn dus dominant. De precieze fysische betekenis is in dit onderzoek niet uitgewerkt.
- In het onderzoek van (Kok, 1998) kwam naar voren dat het proces van vermogen tot dampfractie geen eerste orde proces is. Dit is in overeenstemming met de resultaten van dit onderzoek.
- Verder onderzoek moet uitwijzen waar de grote tijdsconstante door wordt veroorzaakt. Eén mogelijkheid is het proces van natuurlijke circulatie. Hierdoor wordt niet de dampfractie op 1 hoogte gemeten, maar ook de damp die onder het meetpunt is gevormd. Via (natuurlijke) circulatie stroomt dit immers ook langs het meetpunt. Daarnaast zouden de thermohydraulische eigenschappen van Freon anders kunnen zijn dan verwacht. Dit zijn oorzaken die ook door (Degen et al, 2006) zijn genoemd, maar behoeven verder onderzoek alvorens hier conclusies uit kunnen worden getrokken.
- Naast de faseverschuiving is ook gekeken naar de versterking in de amplitude. Door een te grote onzekerheid van het signaal is hier echter geen conclusie aan te verbinden. Uitwerking van de methode voor het bepalen van de versterking is nodig.
- In verder onderzoek zou het zijn aan te bevelen om de resultaten te vergelijken met theoretische modellen.

NOMENCLATUUR

<i>Symbol</i>	<i>Grootheid [eenheid]</i>
AR	Amplituderatio
E[x]	Verwachtingswaarde van x
f	Frequentie [s^{-1}]
h	Enthalpie [$kJkg^{-1}$]
h^{sat}	Enthalpie bij verzadigingstemperatuur [$kJkg^{-1}$]
H	Overdrachtsfunctie
H_{rod}	Warmteoverdracht in verwarmingsstaven van GENESIS
H_{cool}	Warmteoverdracht binnen de koelvloeistof
H_{vap}	Vorming van damp
H_p	Vorming van drukval binnen de kern
I	Aantal γ -fotonen per tijdseenheid [s^{-1}]
<i>m</i>	Massa flux [$kg s^{-1} m^{-2}$]
N	Aantal gedetecteerde fotonen per meting
P	Vermogen [kW]
P	Druk [Pa]
R_{yp}	Kruiscorrelatie tussen y en p
t_{1/2}	Halfwaardetijd [s]
T	Temperatuur [K]
w	Werkelijke dampfractie
Grieks	
α	Lineaire expansie coëfficiënt [K^{-1}]
α^*	Chordale dampfractie
μ	Lineaire verzwakkingcoëfficiënt [m^{-1}]
λ	Maat voor het aantal vervalprocessen per tijdseenheid
σ	Standaard deviatie
ϕ	Faseverschuiving
τ en ζ	Constanten in de differentiaal vergelijkingen die de overdrachtsfunctie karakteriseren [s] en [-]

<i>Subscript</i>	
g	Damp
m	Materiaal
v	Vloeistof
Gem, meting I	Gemiddelde tijdens het meten van de intensiteit
Gem, nulmeting vloeistof	Gemiddelde tijdens de calibratiemetings met alleen vloeistof
Gem, nulmeting damp	Gemiddelde tijdens de calibratiemetings met alleen damp

BIBLIOGRAPHY

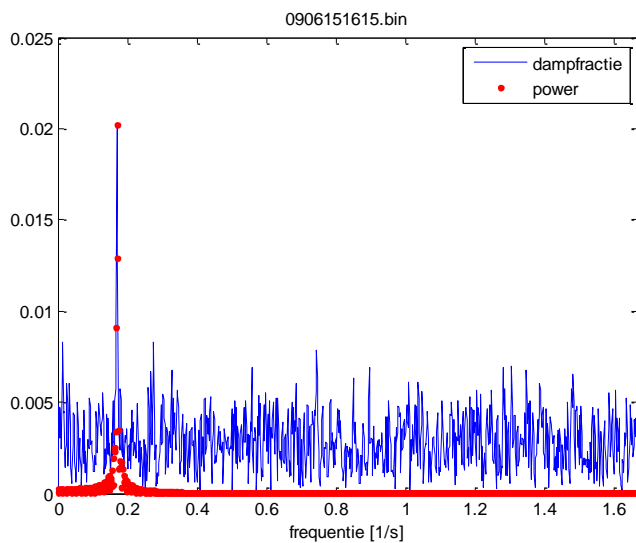
- A.V. van Oppenheim, A. S. Willsky. 1997.** *Signals & Systems*. New Jersey : sn, 1997.
- Beekman et al, S. 2004.** *Experimental study of the two phase mixture in a heated rod bundle assembly*. Delft : sn, 2004.
- Degen et al, C. 2006.** *Dynamics of the Genesis heating rods*. Delft : sn, 2006.
- Kok, H. 1998.** *Experiments on a Natural Circulation Loop from Void-fraction to Coupled Nuclear Thermal-Hydraulics*. Delft : sn, 1998.
- Marcel, C. P. 2007.** *Experimental an Numerical Stability investigations on Natural Circulation Boiling Water Reactors*. Delft : sn, 2007.
- P. van den Hof, A. den Dekker. 2009.** *Stochastic Signal Analysis*. Delft : sn, 2009.
- Stephanopoulos, G. 1984.** *Chemical Process Control: an introduction to theory and practice*. New Jersey : sn, 1984.

APPENDIX

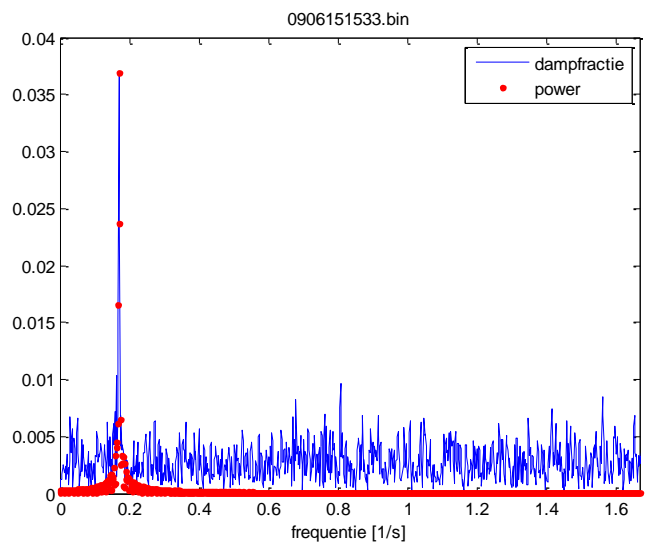
Gebruikte apparatuur

1. BGO detector van het type 3BB20/1.5M-HV-E2-BGO
2. Singel Channel Analyser van Canberra – 830A
3. Log/Lin Ratemeter van ORTEC – 449
4. Versterker van ORTEC – 570

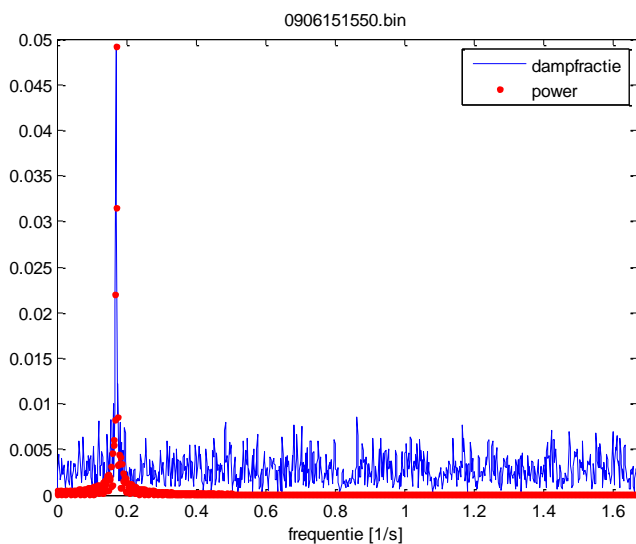
PSD's metingen met dezelfde frequentie en verschillende amplitudes



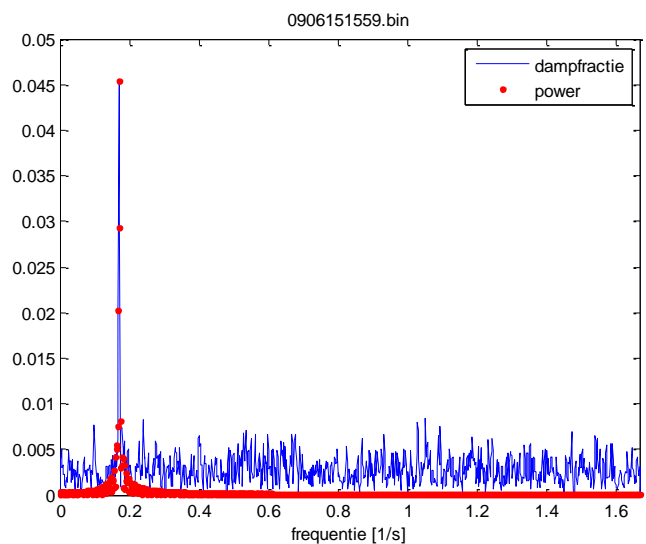
Figuur 33: PSD van meting met frequentie van 0,17 Hz en amplitude van 0,20 kW per staaf.



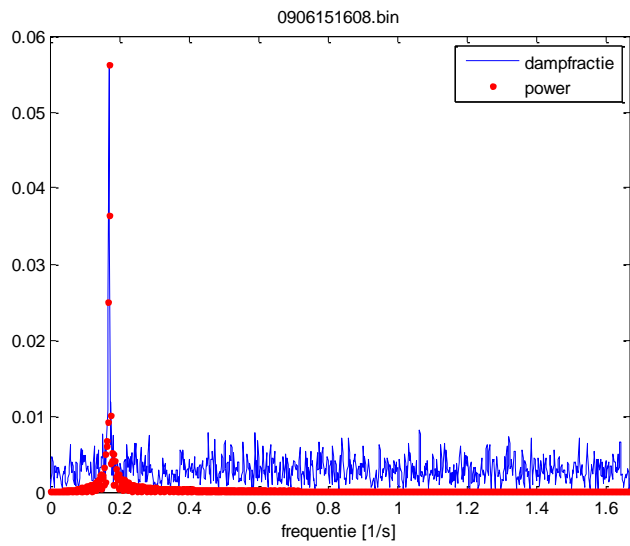
Figuur 32: PSD van meting met frequentie van 0,17 Hz en amplitude van 0,24 kW per staaf.



Figuur 34: PSD van meting met frequentie van 0,17 Hz en amplitude van 0,12 kW per staaf.

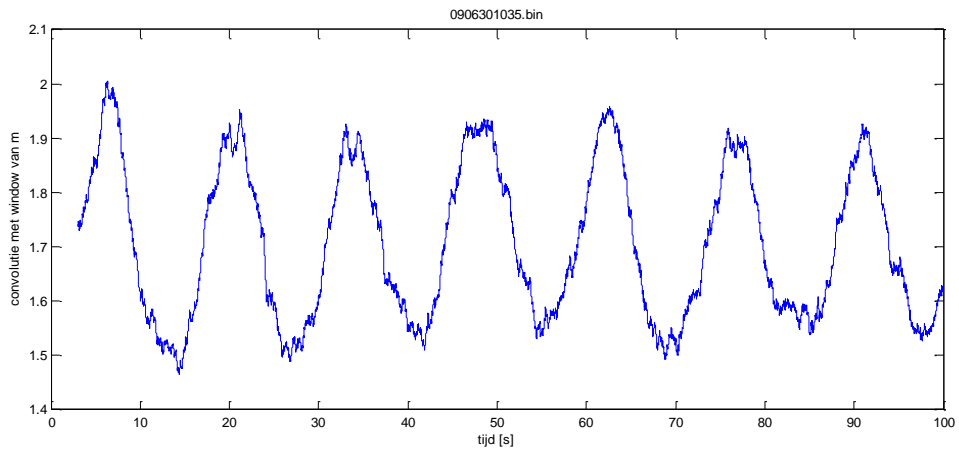


Figuur 35: PSD van meting met frequentie van 0,17 Hz en amplitude van 0,16 kW per staaf.

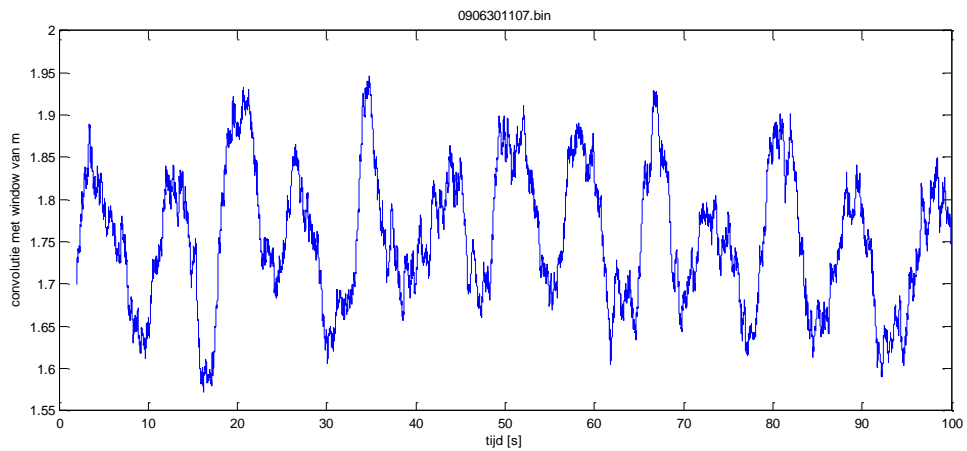


Figuur 36: PSD van meting met frequentie van 0,17 Hz en amplitude van 0,36 kW per staaf.

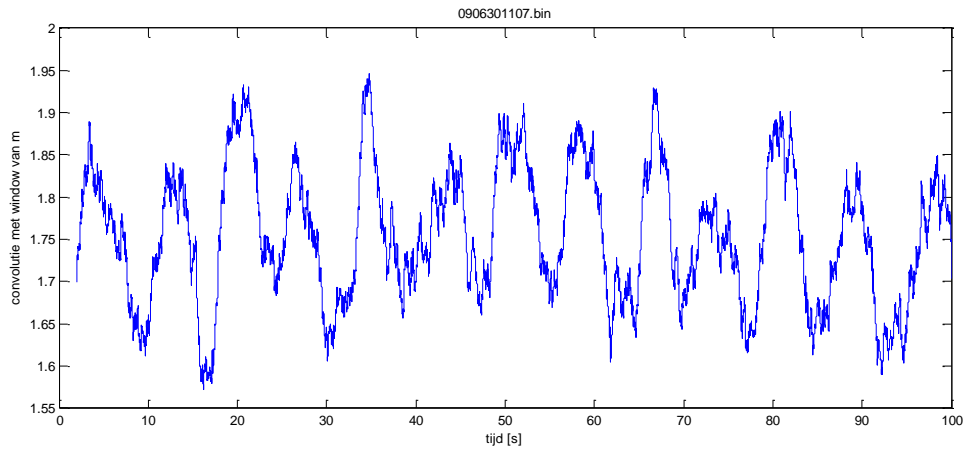
Dampfractie signaal voor verschillende frequenties.



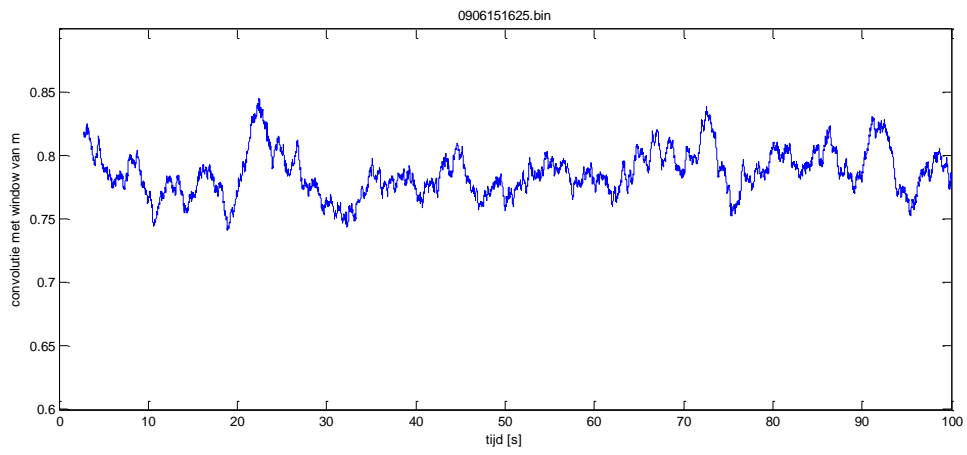
Figuur 37: $f=0,07$ Hz



Figuur 38: $f=0,13$ Hz



Figuur 39: $f=0,2$ Hz



Figuur 40: $f=0,5$ Hz